

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

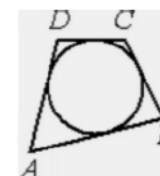
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Найдите корень уравнения  
 $(5x - 8)^2 = (5x - 2)^2$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 2** В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 3** В четырёхугольнике  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 13$ ,  $BC = 7$  и  $AD = 11$ . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.



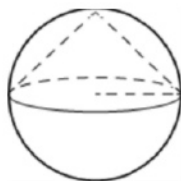
Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите значение выражения

$$\log_2 7 \cdot \log_7 4.$$

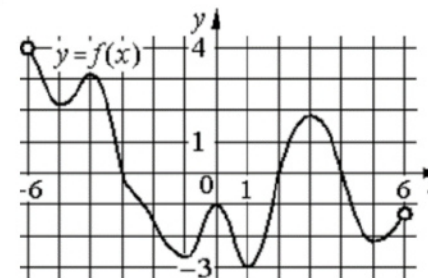
Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Конус вписан в шар (см. рисунок). Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 47. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-4,5; 2,5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

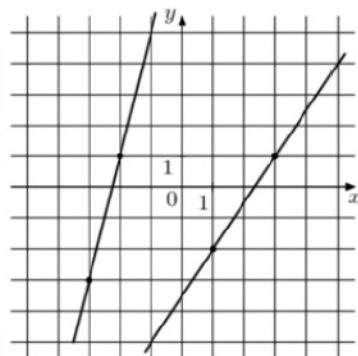
**7** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 60$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 18$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  – время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 21 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 65% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 69 \cos x + 71x + 48 \text{ на отрезке } \left[0; \frac{3\pi}{2}\right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 12 а) Решите уравнение

$$7 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4\sqrt{3} \sin x \cos x = 4\cos^3 x.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right].$$

- 13 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .

- а) Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .

- б) Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

- 14 Решите неравенство

$$9^{4x-x^2-1} - 36 \cdot 3^{4x-x^2-1} + 243 \geq 0.$$

- 15 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

**16** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  точки  $M$  и  $N$  – середины катетов  $AC$  и  $BC$  соответственно,  $CH$  – высота.

- а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $NH$  перпендикулярны.  
б) Пусть  $P$  – точка пересечения прямых  $AC$  и  $NH$ , а  $Q$  – точка пересечения прямых  $BC$  и  $MN$ . Найдите площадь треугольника  $PQM$ , если  $AH = 4$  и  $BH = 2$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(a - x^2) = \log_3(a - y^2), \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**18** Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?  
б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 800?  
в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 111.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	1
2	0,75
3	5
4	2
5	188
6	4
7	20
8	15
9	-11
10	0,96
11	117
12	а) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in Z$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{7\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}$
13	$5,5\sqrt{3}$
14	$(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$
15	3 млн
16	$18\sqrt{2}$
17	(1; 25]
18	а) да б) 39 в) 3; 6

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

12 а) Решите уравнение

$$7 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4\sqrt{3} \sin x \cos x = 4\cos^3 x.$$

Источники:

Основная волна (Резерв) 2021

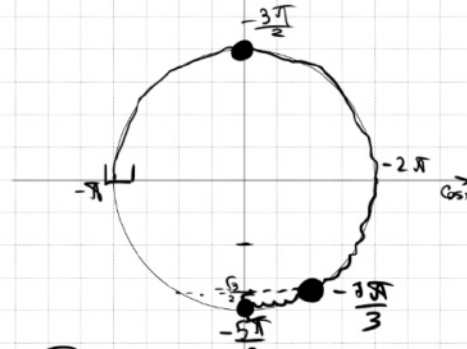
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

а)  $7 \cos x + 4\sqrt{3} \sin x \cos x - 4\cos^3 x = 0$   
 $\cos x \cdot (7 + 4\sqrt{3} \sin x - 4\cos^2 x) = 0$

б) Отбросим корни с помощью окружности:

$\cos x = 0$   
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$-4 \cdot (1 - \sin^2 x) + 4\sqrt{3} \sin x + 7 = 0$   
 $4\sin^2 x + 4\sqrt{3} \sin x + 3 = 0$   
 $D = 48 - 48 = 0$   
 $\sin x = -\frac{4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$   
 $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$



ОТВЕТ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{2\pi}{3}; -\frac{5\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$

Получим еще:  
 $x = -\frac{5\pi}{3}$   
 $x = -\frac{2\pi}{3}$   
 $x = -2\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13

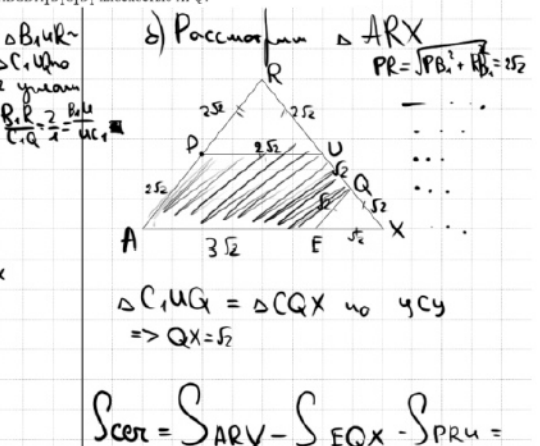
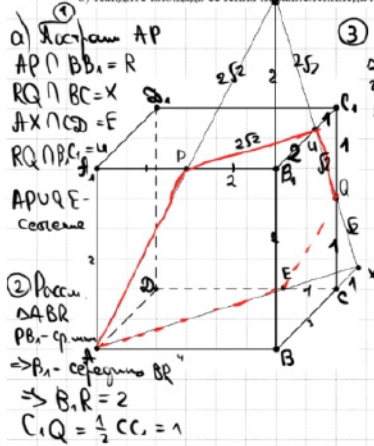
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины ребер:  $AB = 4, BC = 3, AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины ребер  $A_1 B_1$  и  $C_1 C_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .

Источники:

Саратов 2018  
Основная волна 2016

а) Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .



ОТВЕТ:  $5,5\sqrt{3}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220307

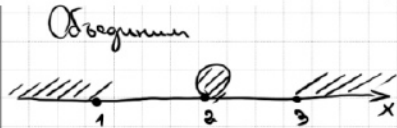
14 Решите неравенство  $94x - x^2 - 1 - 36 \cdot 3^{4x - x^2 - 1} + 243 \geq 0$ .

Источники:  
Системная логика (Рязань) 2017

Пусть  $3^{4x - x^2 - 1} = t$

$$t^2 - 36t + 243 \geq 0$$

$$\begin{cases} t \leq 9 \\ t \geq 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{4x - x^2 - 1} \leq 3^2 & 3^{4x - x^2 - 1} \geq 3^3 \\ -x^2 + 4x - 3 \leq 0 \quad | \cdot (-1) & -x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0 & x^2 - 4x + 4 \leq 0 \\ (x-1)(x-3) \geq 0 & (x-2)^2 \leq 0 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty) & x = 2 \end{cases}$$


Ответ:  $(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$

15 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменным равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет меньше 7 млн рублей.

Источники:  
ГРП (старый банк)  
Янвко 2021 (16 вер)  
Янвко 2020 (14 вер)  
Янвко 2020 (16 вер)  
Янвко 2020 (16 вер)  
Янвко 2020 (16 вер)  
Янвко 2019 (16 вер)  
Стид раш 07.02.2018  
Стид раш 28.12.2016

Пусть  $S$  - сумма кредита

Иль - месяц начисл. %  $\rightarrow 21$

Сек - месяц возврата  $\rightarrow 21$

$X$  - возврата в 4-й и 5-й годах  $\rightarrow 21$

21 в 21 - месяцы ставки  $\rightarrow 21$

Дата	Сумма долга	С
1 21	$S$	$1,2S$
4 21	$1,2S$	$1,2^2 S$
7 21	$1,2^3 S$	$1,2^3 S - 1,2X$
10 21	$1,2^4 S$	$1,2^4 S - 1,2X$
13 21	$1,2^5 S$	$1,2^5 S - 1,2X$

1)  $1,2^5 S - 1,2X - X = 0$

2)  $0,6S + 2X < 7$

Выразим  $X$  из уравнения 1)

$$1,44S = 2,2 \cdot X$$

$$X = \frac{1,44S}{2,2} \cdot \frac{100}{100} = \frac{144S}{220} = \frac{36S}{55}$$

Подставим в кет-во 2).

$$\frac{36S}{55} + \frac{72S}{55} < 7$$

$$\frac{108S}{55} < 7$$

$$S < \frac{7 \cdot 55}{108}$$

$$S < 3 \frac{20}{108}$$

Сколько  $\Rightarrow$

Ответ: 3 млн

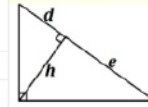
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220307

**16** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  точки  $M$  и  $N$  – середины катетов  $AC$  и  $BC$  соответственно,  $CH$  – высота.

**Источники:**  
Основная школа (Резерв) 2016  
**ВЫСОТА**



а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $HN$  перпендикулярны.  
б) Пусть  $P$  – точка пересечения прямых  $AC$  и  $NH$ , а  $Q$  – точка пересечения прямых  $BC$  и  $MN$ . Найдите площадь треугольника  $PQM$ , если  $AN = 4$  и  $BN = 2$ .

а) Пусть  $\angle A = \alpha$   
Тогда  $\angle B = 90 - \alpha$   
 $\angle CMN = 90 - \alpha$   
 $\angle BCN = \alpha$

б)  $NH$  – медиана в  $\triangle ABC$   
 $\rightarrow NH = CN$   
 $\rightarrow \angle NHC = \alpha$

в)  $NH$  – медиана в  $\triangle ABC$   
 $\rightarrow NH = CN$   
 $\Rightarrow \angle CNM = 90 - \alpha$

$\angle NMM = \alpha + 90 - \alpha = 90^\circ$   
 $\Rightarrow MN \perp NH$

д)  $\triangle CHN$   
 $CH = \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2}$   
 $BC = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{3}$   
 $AC = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$   $h^2 = de$

е)  $\triangle CHM$   
 $\cos \angle CMH = \frac{6 + 6 - (2\sqrt{2})^2}{2 \cdot 6} = \frac{1}{3}$   
 $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$   
 $\sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$   
 $\tan 2\alpha = 2\sqrt{2}$

ж)  $\triangle PMN$   
 $\cos 2\alpha = \frac{1}{3} = \frac{PM}{PN}$   $PM = 3\sqrt{6}$

з)  $\triangle QCM$   
 $\tan 2\alpha = 2\sqrt{2} = \frac{QC}{\frac{QC}{2}}$   $QC = 4\sqrt{3}$

и)  $S_{PQM} = \frac{1}{2} \cdot PM \cdot QC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{3} = 18\sqrt{2}$

**ОТВЕТ:**  $18\sqrt{2}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

**Источники:**  
ГЭИ (старый банк)  
Основная школа 2020  
Алгебра 2021 (36 вер)

$$\begin{cases} \log_3(a - x^2) = \log_3(a - y^2), \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

$\begin{cases} a - x^2 = a - y^2 \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \\ a - x^2 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \\ a - x^2 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -x \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \\ a - x^2 > 0 \end{cases}$

Решим систему ①  
 $x^2 + x^2 = 4x + 6x$   
 $2x^2 - 10x = 0$   $| :2$   
 $x^2 - 5x = 0$   
 $x \cdot (x - 5) = 0$   
 $x = 0$   $x = 5$   
 $y = 0$   $y = 5$   
 $(0, 0)$   $(5, 5)$

Решим систему ②  
 $x^2 + (-x)^2 = 4x - 6x$   
 $2x^2 + 2x = 0$   
 $x \cdot (x + 1) = 0$   
 $x = 0$   $x = -1$   
 $y = 0$   $y = 1$   
 $(0, 0)$   $(-1, 1)$

**ОТВЕТ:**

$(0, 0)$  является решением с-мы при  $a$ , удовн.  $a - x^2 > 0$   
 $a - 0^2 > 0$   
 $a > 0$   $(0, 0)$  является р-ем с-мы

$(5, 5)$  является р-ем с-мы при  $a$ , удовн.  $a - x^2 > 0$   
 $a - 25 > 0$   
 $a > 25$   $(5, 5)$  является р-ем с-мы

$(-1, 1)$  является р-ем с-мы при  $a$ , удовн.  $a - x^2 > 0$   
 $a - 1 > 0$   
 $a > 1$   $(-1, 1)$  является р-ем с-мы

$(0, 0)$   $(0, 0)$   $(0, 0)$   $(0, 0)$   $(0, 0)$   
 $(-1, 1)$   $(-1, 1)$   $(-1, 1)$   $(-1, 1)$   $(-1, 1)$

$a < 0$   $a = 0$   $0 < a < 1$   $a = 1$   $1 < a < 25$   $a = 25$   $a > 25$

**Ответ:**  $(1, 25]$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220307



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта $a$ ; – обоснованное решение пункта $b$ ; – искомая оценка в пункте $c$ ; – пример в пункте $c$ , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**18** Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?  
 б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 800?  
 в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 111.

**Источники:**  
 ГЭИ (старый банк)  
 Пробный ЕГЭ 2015  
 Досрочная волна 2013  
 АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ  
 $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$   
 $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$   
 $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$

*Handwritten solution:*

а) Да, например 3, 6, 9  
 б)  $S < 800$   
 $\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} < 800 \quad | \cdot 2$   
 $(a_1 + a_n) \cdot n < 1600$   
 $(a_1 + a_1 + d(n-1)) \cdot n < 1600$   
 Для нахождения наибольшего  $n$  возьмем  $d=1$  и  $a_1=1$   
 $(2 + n - 1) \cdot n < 1600$   
 $(n+1)n < 1600$   
 $n^2 + n - 1600 < 0$   
 $D = 6401$   
 $n = \frac{-1 \pm \sqrt{6401}}{2}$   
 $n = 39$

в)  $S_n = 111$   
 $\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = 111 \quad | \cdot 2$   
 $(2a_1 + d(n-1)) \cdot n = 222$   
 Если  $n=3$ , то  $2a_1 + 2d = 74$   
 $a_1 + d = 37$   
 Пусть  $a_1 = 1$   $d = 36$   
 1 37 73

Если  $n=6$ , то  $2a_1 + 5d = 37$   
 Пусть  $a_1 = 16$   $d = 1$   
 16 17 18 19 20 21

Если  $n=37$   $2a_1 + 36d = 6$   
 $h = 74$   
 $n = 111$   
 $n = 272$

**ОТВЕТ:**  
 а) Да, 369  
 б) 39  
 в) 3, 6.

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220307