

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

1. После выпуска акций их цена сначала дважды повышалась на 10%, а затем снизилась на 20% и составила 484 рубля за штуку. Какова была начальная цена одной акции?

2. Решите уравнение $\frac{15x^3 - 23x^2 + 9x - 1}{\sqrt{3x^2 - 10x + 3}} = 0$.

3. Остатки при делении натурального числа n на 4 и 6 в сумме дают 8. Найдите все возможные остатки при делении числа n на 12.

4. Решите неравенство

$$\frac{x + 22}{|x| - 21} \leq -1.$$

5. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 60 и 58, а средняя линия равна 5.

6. Рассматриваются натуральные числа вида $2^a 3^b 5^c 7^d$, где a, b, c, d — попарно различные цифры. Сколько среди них кратных 60?

7. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Градусные меры дуг AB и CD равны соответственно 45° и 75° . Диагонали AC и BD пересекаются в точке E . В треугольник AED вписана окружность с центром в точке O , $OE = 6$. Найдите радиус окружности с центром в точке O .

8. Один из корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ равен $\sqrt{7} - 2$. Найдите p и q , если известно, что они рациональны.

9. Незнайка помогает Знайке написать книгу. Знайка диктует весь текст. После этого Знайка случайным образом выбирает 3 написанные страницы. Если оказывается, что Незнайка ошибся хотя бы в двух из них, то Знайка заставляет его переписывать весь текст. Найдите вероятность того, что Незнайке придётся переделывать работу, если вероятность, с которой он может ошибиться на одной странице, равна 0,2.

10. Найдите все значения a , при которых прямая, задаваемая уравнением $ax + (1 - a)y = 2a$, имеет хотя бы одну общую точку с границей квадрата с вершинами $(0; 0), (1; 0), (1; 1), (0; 1)$.

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

- 1) Проверьте решения и опишите все найденные ошибки.
- 2) Предложите правильное решение.

11. Одна снегоуборочная машина могла бы убрать улицу за 1 час, а вторая — за 45 минут. Начав убирать снег одновременно, две машины проработали вместе 20 минут, после чего первую машину вызвали на другой объект. Через какое время вторая машина закончила уборку снега?

Скорость уборки снега I машины равна 1 ул./ч, II - $\frac{3}{4}$ ул./ч.
 При совместной работе скорость уборки равна $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ ул./ч. За 20 мин они убирают $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{12}$ ул. Осталось убрать $\frac{5}{12}$ ул. II машина делает это за $\frac{5}{12} : \frac{3}{4} = \frac{5}{9}$ ч, т.е. за $\frac{5}{9} \cdot 60 = 15$ мин.
 Ответ: 15 мин.

12. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Докажите, что $AB > AL$ и $BC > CL$.

1) Предположим, что $AB < AL$ и $BC < CL$.
 2) Тогда по теореме о соотношении между сторонами и углами в треугольнике A -ка имеем:
 $\angle BLC < \angle LBC$
 $\angle BLC < \angle LBC$
 $\Rightarrow \angle BLC + \angle BLC < 2x$, но такое быть не может, т.к. $\angle BLC + \angle BLC = 180^\circ$, а $2x < 180^\circ$. Противоречие
 $\Rightarrow AB > AL, BC > CL$.