

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8														
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Найдите корень уравнения

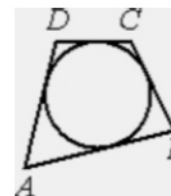
$$\log_2(7 - x) = 5.$$

Ответ: _____.

- 2** В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменов: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: _____.

- 3** В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 13$, $BC = 7$ и $AD = 11$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.



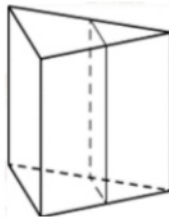
Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения

$$4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$$

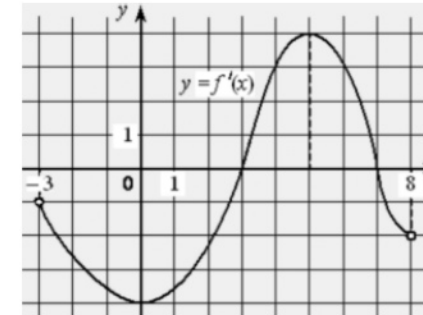
Ответ: _____.

5 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 37. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

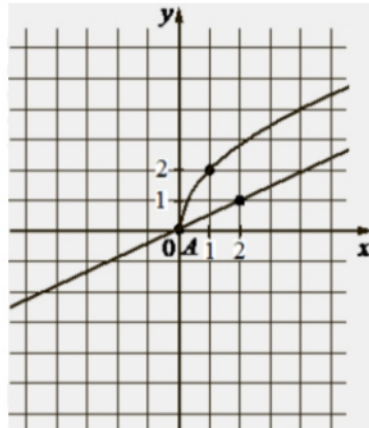
7 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 170$ Гц – частота исходного сигнала, c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 2$ м/с и $v = 17$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости c распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет равна 180 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

8 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 10 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции

$$y = 1 + 27x - 2x\sqrt{x}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$2 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 4 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right].$$

- 13 Основание высоты треугольной пирамиды $SABC$ лежит на середине высоты CH треугольника ABC .

- а) Докажите, что $SA^2 - SB^2 = AC^2 - BC^2$.

- б) Найдите объём пирамиды $SABC$, если $AB = 25$, $BC = 10$, $AC = 5\sqrt{13}$, $SC = 3\sqrt{10}$.

- 14 Решите неравенство

$$\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1.$$

- 15 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 18-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 19-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 18-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1209 тысяч рублей?

16 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. На боковой стороне AB и большем основании AD взяты соответственно точки F и E так, что FE параллельна CD и $CF = ED$.

а) Докажите, что $\angle AFE = \angle BCF$.

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $ED = 3BF$, $FE = 5$ и площадь трапеции $CDEF$ равна $14\sqrt{35}$.

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

18 Каждое из 4 последовательных натуральных чисел разделили на любую ненулевую цифру числа. S – это сумма получившихся 4 чисел.

а) Может ли $S = 421$?

б) Может ли $S = 9,2$?

в) Какое наибольшее может быть S , если известно, что 4 исходных числа не меньше 400 и не больше 999?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.