

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 386

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

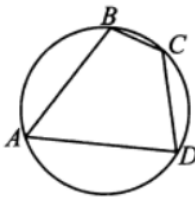
1. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+2)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе укажите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

2. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____.

3. Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD, градусные величины которых относятся как 4:2:3:6. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

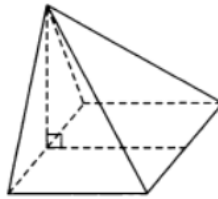


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{\log_2^2 14 + \log_2 14 \cdot \log_2 7 - 2 \log_2^2 7}{\log_2 14 + 2 \log_2 7}$

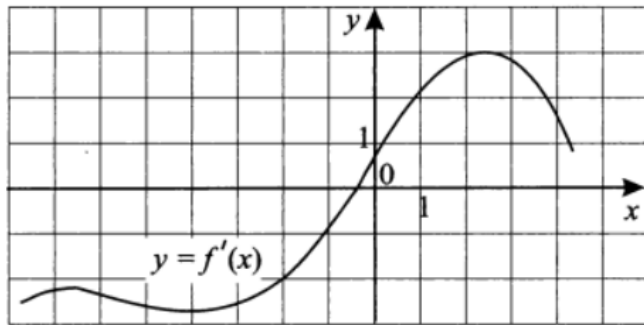
Ответ: _____.

5. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 30° . Высота пирамиды равна 8. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -2x + 12$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

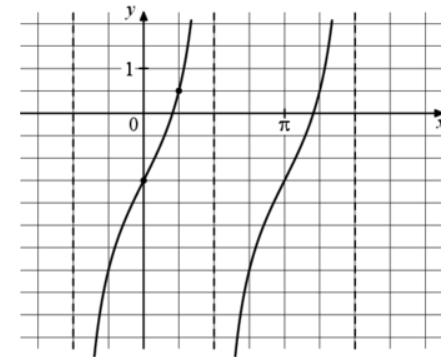
7. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

Ответ: _____.

8. Пешеход шел из деревни на станцию. Пройдя 3 км за час, он рассчитал, что опаздывает на 40 мин на поезд, если будет двигаться с той же скоростью. Поэтому он увеличил скорость до 4 км/час и пришел на станцию за 40 мин до отхода поезда. Найдите расстояние (в км) между станцией и деревней.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \operatorname{tg} x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

10. В таблице показано распределение случайной величины X . Найдите математическое ожидание этой случайной величины.

Значение X	-4	0	1	3
Вероятности	0,2	0,1	0,4	0,3

Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\cos^2 3x + \cos^2 4x + \cos^2 5x = \frac{3}{2}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

13. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD точка K является серединой ребра SD, а точка L — серединой стороны BC основания ABCD. Плоскость AKL пересекает ребро SC в точке N.

А) Докажите, что $SN : NC = 2 : 1$.

Б) Найдите угол между плоскостями AKL и ABC, если $AB = 10$, а высота пирамиды равна 20.

14. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(\log_{x-1} 9)) > 0$

15. Евгений взял 15 января кредит на сумму 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы. Каждый месяц 1-го числа долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца. Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга. Каждый месяц 15-го числа долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг, млн рублей	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найти наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять более 1,25 млн рублей.

16. В треугольнике ABC точка D лежит на стороне BC. В треугольники ABD и ACD вписаны окружности, и к ним проведена общая внешняя касательная (отличная от BC), пересекающая AD в точке K.

А) Докажите, что длина отрезка AK не зависит от положения точки D на BC.

Б) Найдите длину отрезка AK, если периметр треугольника ABC равен 30, а длина стороны BC равна 10.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x+2}{|x+2|} + |x| \cdot (x^2 - 48) = a$$

имеет ровно три решения.

18. Множество простых делителей числа n будем называть ДНК этого числа. Числа m и n , имеющие одинаковые ДНК, будем называть родственными. Например, числа 12 и 18 родственные, т.к. их ДНК = $\{2, 3\}$.

Число m называется симметричным с числом n , если оно записано теми же цифрами, но в обратном порядке. При этом если последними цифрами числа n были нули, то в начале числа m они отбрасываются.

А) Пусть число n делится на 10. Может ли оно быть родственным со своим симметричным числом?

Б) Сумма первой и последней цифр натурального числа равна 13. Может ли оно быть родственным со своим симметричным числом?

В) Найдите минимальное и максимальное составное трёхзначное число, у которого нет трёхзначных родственных чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ
1	-10
2	0,32
3	108
4	1
5	1024
6	-2
7	1,4
8	19
9	2
10	0,5
11	1

Задание	Ответ
12	А) $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{8}; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n \quad n \in Z$ Б) $\frac{9\pi}{16}; \frac{2\pi}{3}; \frac{11\pi}{16}; \frac{13\pi}{16}; \frac{15\pi}{16}$
13	Б) $\arctg \frac{4}{\sqrt{5}}$
14	(4;10)
15	6
16	Б) 5
17	-127; [-89; -87]; 1
18	А) нет, Б) нет, В) 121; 998