

## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаem успеха!**

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

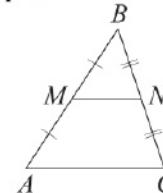
Таблица квадратов двузначных чисел

	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

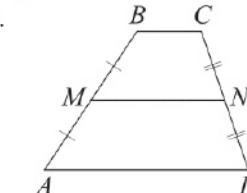
## ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n - 2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

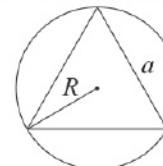


$$\begin{aligned} MN &\text{ — ср. лин.} \\ MN &\parallel AC \\ MN &= \frac{AC}{2} \end{aligned}$$

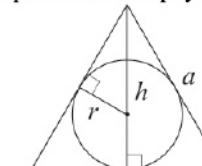


$$\begin{aligned} BC &\parallel AD \\ MN &\text{ — ср. лин.} \\ MN &\parallel AD \\ MN &= \frac{BC + AD}{2} \end{aligned}$$

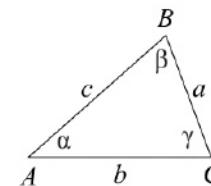
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$\begin{aligned} R &= \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ S &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} r &= \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ h &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



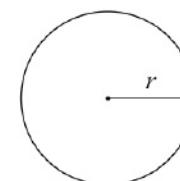
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

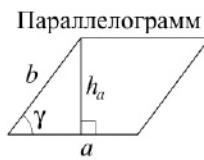
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



$$\text{Длина окружности } C = 2\pi r$$

$$\text{Площадь круга } S = \pi r^2$$



**Площади фигур**

$$\text{Параллелограмм}$$

$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$



$$\text{Треугольник}$$

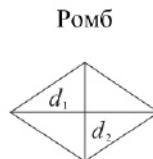
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



$$\text{Трапеция}$$

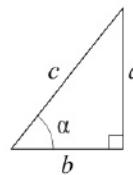
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$\text{Ромб}$$

$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

**Прямоугольный треугольник**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

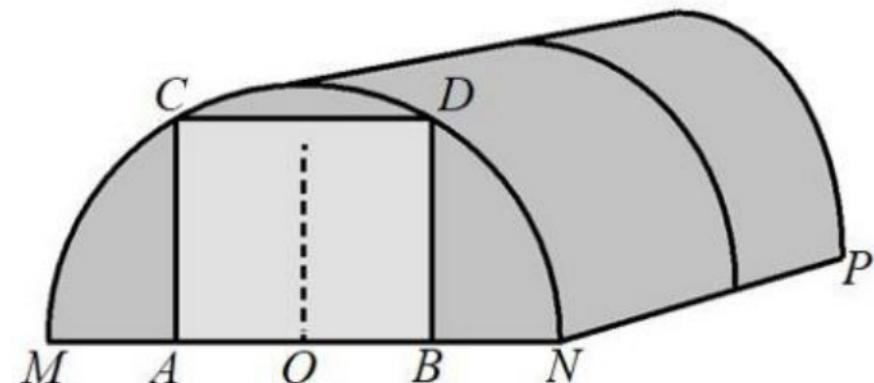
Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$ Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ **Некоторые значения тригонометрических функций**

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0	
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1	
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0	

**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочтайте внимательно текст и выполните задания 1–5



Алексей Юрьевич решил построить на дачном участке теплицу длиной  $NP = 5,8$  м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Алексей Юрьевич заказывает металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5,8 м каждая и плёнку для обтяжки. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником  $ACDB$ . Точки  $A$  и  $B$  — середины отрезков  $MO$  и  $ON$  соответственно.

**1**

Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

Найдите примерную ширину  $MN$  теплицы в метрах. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14. Результат округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Найдите примерную площадь участка внутри теплицы в квадратных метрах. Ответ округлите до целых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4**

Сколько квадратных метров плёнки нужно купить для теплицы с учётом передней и задней стенок, включая дверь? Для крепежа плёнку нужно покупать с запасом 10%. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14. Ответ округлите до целых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5**

Найдите примерную высоту входа в теплицу в метрах. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14. Ответ округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6**

Найдите значение выражения

$$\frac{1,7 + 3,8}{2,2}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7**

Какому из данных промежутков принадлежит число  $\frac{2}{9}$ ?

- 1)  $[0,1; 0,2]$
- 2)  $[0,2; 0,3]$
- 3)  $[0,3; 0,4]$
- 4)  $[0,4; 0,5]$

Ответ:

**8**

Найдите значение выражения

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$$

при  $b = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Найдите корень уравнения

$$\frac{6}{x+5} = -5.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

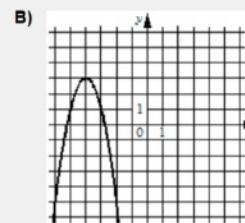
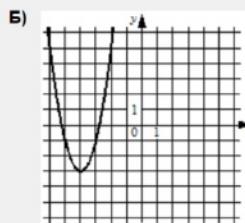
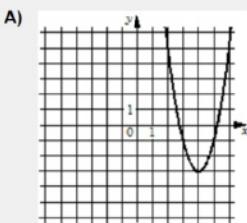
10

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ****ФОРМУЛЫ**

1)  $y = 2x^2 - 16x + 29$

2)  $y = 2x^2 + 16x + 29$

3)  $y = -2x^2 - 16x - 29$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	Б	В

12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле  $C = 150 + 11(t - 5)$ , где  $t$  – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

13

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

14

При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на  $6,5^{\circ}\text{C}$  в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 4 минуты после начала проведения опыта, если начальная температура составляла  $-4,9^{\circ}\text{C}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

15

Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

16

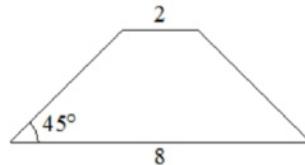
Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

17

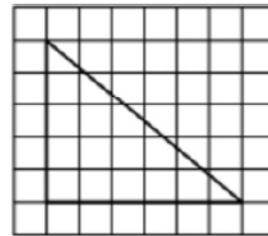
В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

18

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: \_\_\_\_\_.

19

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**  
**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

20

Решите неравенство

$$(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11).$$

21

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

22

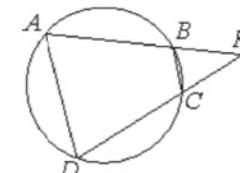
Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|.$$

Какое наибольшее число общих точек графиков данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

23

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK = 8$ ,  $DK = 12$ ,  $BC = 6$ . Найдите  $AD$ .



24

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

25

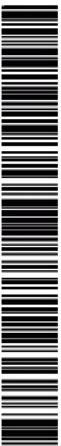
В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Система оценивания экзаменационной работы по математике****Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

<b>Номер задания</b>	<b>Правильный ответ</b>
1	11
2	3,7
3	20
4	47
5	1,6
6	2,5
7	2
8	-0,5
9	-6,2
10	0,75
11	123
12	260
13	2
14	-30,9
15	6
16	9
17	15
18	6
19	23
20	$(11; 11 + \sqrt{5})$
21	450
22	4
23	9
24	■
25	$2\sqrt{42}$



## Часть 2

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20**Решите неравенство  $(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11)$ .

\*

$$(x - 11)^2 - \sqrt{5}(x - 11) < 0$$

$$(x - 11) \cdot (x - 11 - \sqrt{5}) < 0$$

**Ответ:**  $(11; 11 + \sqrt{5})$ 

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен первый ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критерев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**21**

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

\*

$$V_{\text{сост}} = 141 - 6 = 135 \text{ км/ч} = \frac{135 \cdot 1000}{3600} = 37,5 \text{ м/с}$$

$$V_{\text{сост}} = \frac{75}{2} \text{ м/с}$$

$$t_{\text{сост}} = 12 \text{ с}$$

$$S = \frac{75}{2} \cdot 12 = 450 \text{ м}$$

**Ответ:** 450

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критерев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

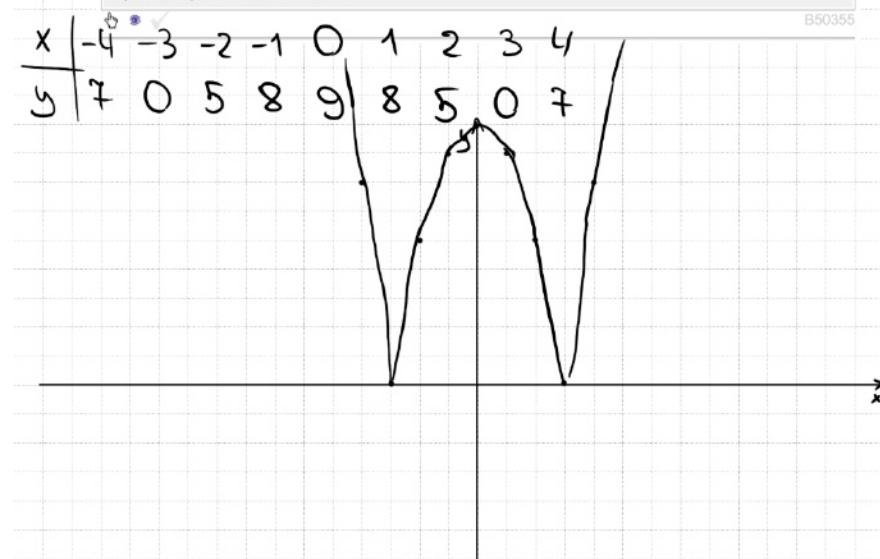
## Тренировочный вариант №20

**22**

Постройте график функции

$y = |x^2 - 9|$

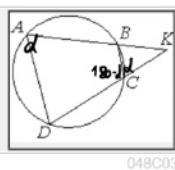
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

**Ответ:** 4 при  $y = 0; 9$ 

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критерев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK = 8$ ,  $DK = 12$ ,  $BC = 6$ . Найдите  $AD$ .



048C03

- ①  $\text{Пусть } \angle A = \alpha$   
Тогда  $\angle BCK = 180 - \alpha$
- ②  $\angle BCK = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$  (смежные)
- ③  $\triangle BCK \sim \triangle ADK$  по 2 углам ( $\alpha$  и  $\angle K$ )

$$\frac{BK}{DK} = \frac{BC}{CK}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{6}{AK}$$

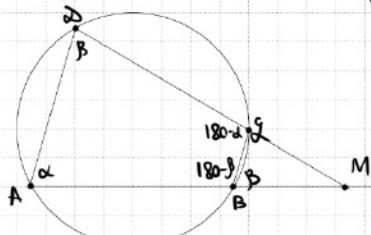
$$AD = \frac{36 \cdot 12}{8x} = 9$$

ОТВЕТ: 9

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критерии, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.



- ①  $\text{Пусть } \angle BMD = \alpha$   
 $\angle ADC = \beta$   
Тогда  $\angle BCA = 180 - \alpha$   
 $\angle ABC = 180 - \beta$
- ②  $\angle BMC = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$   
 $\angle CMB = 180 - (180 - \beta) = \beta$   
 $\Rightarrow \triangle MBC \sim \triangle MDA$  по 2 углам ( $\alpha$  и  $\beta$ )

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .



①  $\triangle BCM \sim \triangle CDA$  по 2 углам

$$\frac{BC}{AD} = \frac{CM}{CD}$$

$$\text{Пусть } CD = x$$

②  $ME - \text{кос.}$

$ME^2 = CM \cdot DM$

$$ME^2 = 6x \cdot 7x$$

$$ME = \sqrt{42x^2} = \sqrt{42} \cdot x$$

③  $\triangle BCM$ ,

$$\sin \angle M = \frac{BC}{CM} = \frac{12}{6x} = \frac{2}{x}$$

④  $\triangle MEC$ .

$$\sin \angle M = \frac{EM}{MC} = \frac{EM}{\sqrt{42}x}$$

$$EM = 2\sqrt{42}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена оптиска или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ:  $2\sqrt{42}$ 



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.