

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №312

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

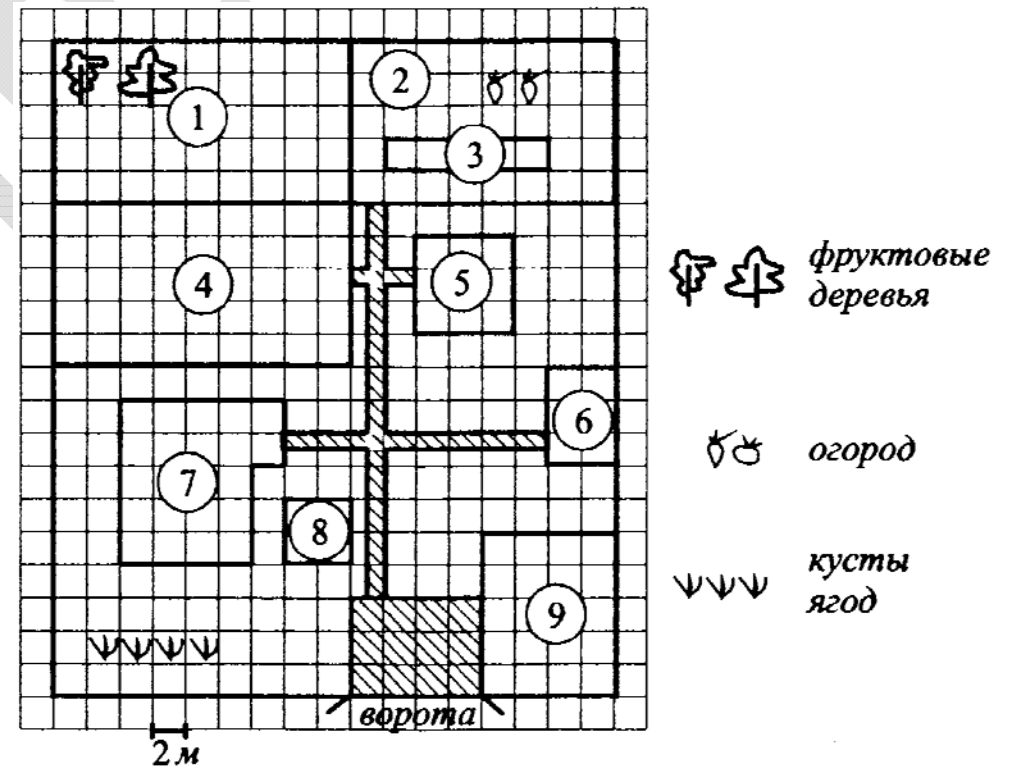
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображено домохозяйство. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится гараж, обозначенный цифрой 9, а слева в углу участка высажены кусты малины, крыжовника и смородины. Площадь, занятая гаражом, равна 80 м^2 .

Перед жилым домом разбит цветник, обозначенный цифрой 8. В глубине территории за домом находится площадка для отдыха и занятий спортом, а напротив неё – гостевой домик, который обозначен на плане цифрой 5. Помимо гаража, жилого и гостевого домов на участке имеется сад с фруктовыми деревьями и огород с теплицей, расположенные в задней части участка. Вдоль правой от входа границы участка недалеко от гаража находится сарай. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером $50 \text{ см} \times 50 \text{ см}$. Такой же плиткой вымощена площадка за воротами. Остальная территория участка представляет собой газон.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное электроснабжение.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответ запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	гостевой домик	сарай	площадка для отдыха и занятий спортом	жилой дом
Цифры				

Ответ: _____.

2. Найдите площадь (в м^2), которую занимает сарай.

Ответ: _____.

3. Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку за воротами?

Ответ: _____.

4. Сколько процентов площади всего участка занимает сарай? Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

5. Хозяин участка планирует провести в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости оборудования и установки газового и электрического отопления? Ответ округлите до целого числа.

Продукция	Газовое отопление	Электрическое отопление
Стоимость нагревателя (тыс. руб.)	31	28
Стоимость монтажа (тыс. руб.)	18,25	15,626
Средний расход газа ($\text{м}^3/\text{ч}$)	1,2	–
Средняя потребляемая мощность (кВт)	–	6,1
Стоимость газа (руб./ м^3)	4,8	–
Стоимость электроэнергии (руб./кВт·ч)	–	4,4

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $0,12 : \left(\left(4\frac{2}{7} \right)^{-2} - \left(3\frac{3}{4} \right)^{-2} \right) - 0,028^3 \cdot (-0,0028)^{-2}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $abc = 1$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{a}{b}-\frac{b}{c}-\frac{c}{a}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{\sqrt[4]{a^3}-1}{\sqrt[4]{a}-1}+\sqrt[4]{a}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\sqrt[4]{a^3}+1}{\sqrt[4]{a}+1}-\sqrt{a}\right)\left(a-\sqrt{a^3}\right)^{-1}$ при

$$a = 25.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$(x^2+2x)^2-(x+1)^2=55.$$

В ответе запишите значение выражения $-5x_1-4x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. На новом сайте зарегистрировалось 2000 человек. Каждый пригласил к себе в друзья по 1000 человек. Два человека объявляются друзьями тогда и только тогда, когда каждый из них пригласил другого в друзья. Какое наименьшее количество пар друзей могло образоваться?

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для любых действительных значений x и при любых действительных значениях x удовлетворяет равенству:

$$x^2 f(x) + f(1-x) + x^4 - 2x = 0.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(14)$ Б) $f(-15)$ В) $f(-17)$

1) -288

2) -224

3) -195

Ответ: _____.

12. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в м/с). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v = 3$ м/с и $m = 14$ кг.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt{x^2+x}-\sqrt{4x^4-4x^2+2}\leq 2x^3-x-1.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) \emptyset 2) $(-\infty; 1]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____.

14. На биржевых торгах в понедельник вечером цена акции банка «Городской» повысилась на некоторое количество процентов, а во вторник произошло снижение стоимости акции на то же число процентов. В результате во вторник вечером цена акции составила 91% от ее первоначальной цены в понедельник утром. На сколько процентов менялась котировка акции в понедельник и во вторник?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. От треугольника отрезали три треугольника, причём каждый из трёх разрезов коснулся вписанной в треугольник окружности. Известно, что периметры отрезанных треугольников равны 3, 5, 7. Найдите периметр исходного треугольника.

Ответ: _____.

16. Радиусы двух пересекающихся окружностей равны 13 и 15, а общая хорда равна 24. Найдите расстояние между центрами. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

17. Прямая, параллельная основаниям трапеции, разбивает её на две подобные трапеции. Найдите отрезок этой прямой, заключённый внутри трапеции, если основания равны 16 и 25.

Ответ: _____.

18. Через точки M и N , делящие сторону AB треугольника ABC на три равные части, проведены прямые, параллельные стороне AC . Найдите площадь части треугольника, заключённой между этими прямыми, если площадь треугольника ABC равна 15.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} y(x+y)^2 = 9 \\ y(x^3 - y^3) = 7 \end{cases}$$

21. Даны последовательные нечётные числа $1, 3, 5, \dots, 77, 79$. Из них выбирают произвольно семь чисел, располагают их в порядке возрастания и четвёртое по величине число (медиану ряда) принимают за A , а среднее арифметическое всех семи чисел принимают за B . Далее находят $C = B - A$.
Найдите наибольшее возможное значение C .

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$ax^2 + (a+1)x + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

Модуль «Геометрия»

23. Дан произвольный треугольник с длинами сторон a, b, c , причём $a < b$. Треугольник может быть вырожденным. К сторонам с длинами сторон a и b проведены высоты h_a и h_b соответственно. Найдите наибольшее значение выражения $\frac{a+h_a}{b+h_b}$.

24. Точки A_1, B_1, C_1 движутся по прямым BC, CA, AB так, что все треугольники $A_1B_1C_1$ подобны одному и тому же треугольнику (треугольники предполагаются не только подобными, но и одинаково ориентированными). Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ имеет минимальный размер тогда и только тогда, когда перпендикуляры, восстановленные из точек A_1, B_1, C_1 к прямым BC, CA, AB , пересекаются в одной точке.

25. Вписанная окружность касается сторон BC, CA и AB в точках A_1, B_1 и C_1 . Пусть Q — середина отрезка A_1B_1 . Найдите градусную меру угла B_1C_1C , если известно, что $\angle QC_1A_1 = 22^\circ$.