Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 379

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\log_{6x-7} 0{,}0016=4$.

Ответ: ________________________.

2. Для некоторого стрелка вероятность попадания в мишень равна 0,8. Найдите вероятность того, что, сделав 5 выстрелов, стрелок попадет в мишень не менее четырех раз.

Ответ: ________________________.

3. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, а радиус описанной окружности этого треугольника равен 25. Найдите длину основания этого треугольника.

Ответ: ________________________.

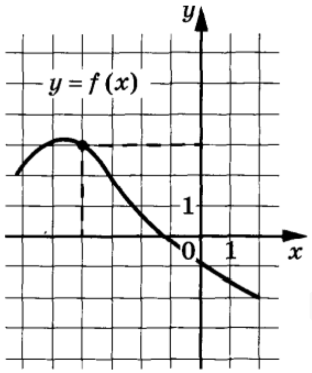
4. Вычислить: $\lg^2 200\cdot\log_2 10-\dfrac{(\lg 2-2)^2}{\lg 2}$.

Ответ: ________________________.

5. Ребро куба равно 1,8. Середина ребра этого куба является центром шара радиуса 0,9. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

Ответ: ________________________.

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой – 4. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = -4$.



Ответ: ________________________.

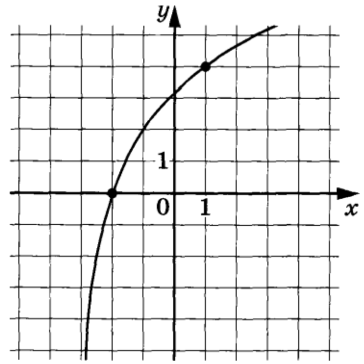
7. Парашютисты-экстремалы определяют высоту сооружений для будущих прыжков, засекая время падения небольших камней с вершин сооружений до поверхности приземления. Приближенная зависимость высоты от времени свободного падения имеет вид $h = 4,9t^2$. Здесь h – высота в метрах, t – время в секундах. С вершины первого сооружения камень падал 4,5 с. На сколько метров второе сооружение выше первого, если с вершины второго сооружения камень падал на 1 с дольше.

Ответ: ________________________.

8. За несколько дней до соревнований спортсмен стал «сбрасывать» вес, уменьшая каждые сутки вес своего тела на одно и то же число процентов от предыдущего значения. Определите, на сколько процентов в сутки спортсмен уменьшал свой вес, если известно, что за последние двое суток до соревнований его вес уменьшился с 62,5 кг до 57,6 кг.

Ответ: ________________________.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите $f(13)$.



Ответ: ________________________.

10. В коробке лежат 14 белых и 7 черных шаров. Из коробки наугад вынули три шара, и оказалось, что среди них есть шар черного цвета. Найдите вероятность того, что остальные два шара, вынутые из коробки белого цвета. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

11. Найдите наименьшее значение функции: $y = \lg(x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 37)$ на отрезке $[-1; 7]$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $2cos^2 x+\cos 3x=1+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{6};-\pi\right]$

13. В правильной треугольной пирамиде MNPQ с вершиной M сторона основания равна 15, высота равна $\sqrt{6}$. На ребрах NP, NQ и NM отмечены точки E, F, K соответственно, причем $NE=NF=3$ и $NK=\frac{9}{5}$.

А) Докажите, что плоскости EFK и MPQ параллельны.

Б) Найдите расстояние от точки K до плоскости MPQ.

14. Решите неравенство: $4^{x+\sqrt{x^2-2}}-5\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}}\geq 6$

15. Шарона Абрамовна планирует взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 10 лет под 3% годовых, второй – на 6 лет под 9% годовых, причем в обоих банках практикуется дифференцированная система платежей (долг уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом). В какой банк выгоднее обратиться Шароне Абрамовне и сколько процентов от кредита составит эта выгода?

16. На стороне AB треугольника ABC взята точка D таким образом, что $CD=\sqrt{13}$ и $\sin\angle ACD:\sin\angle BCD=4:3$. Через середину отрезка CD проведена прямая, пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Известно, что $\angle ACB=\frac{2\pi}{3}$, площадь треугольника MCN равна $3\sqrt{3}$, а расстояние от точки M до прямой AB в два раза больше расстояния от точки N до этой же прямой.

А) Докажите, что четырехугольник CMDN - параллелограмм.

Б) Найдите площадь треугольника ABC.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{ax^2-(a^2+2a+8)x+8a+16}{x}\geq 0$$

является ровно один промежуток числовой прямой.

18. Настя задумала трехзначное натуральное число n. В результате деления этого числа на сумму его цифр получается натуральное число m.

А) Может ли m = 11?

Б) Какое наименьшее число n могла задумать Настя, если известно, что средняя цифра этого числа равна 9, а первая цифра – четная и больше 2?

В) Чему равно наименьшее возможное значение m, если последняя цифра числа n равна 4?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.