Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . 10 −0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

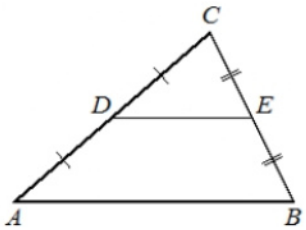
$$\frac{2}{7}x=-5\frac{1}{7}.$$

Ответ: _____.

2 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 3 сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

3 Площадь треугольника ABC равна 24. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

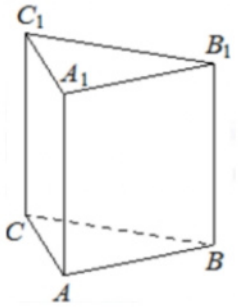
©ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ НА САЙТЕ 100ballnik.com

4 Найдите значение выражения

$12\sqrt{2}\cos(-225°)$.

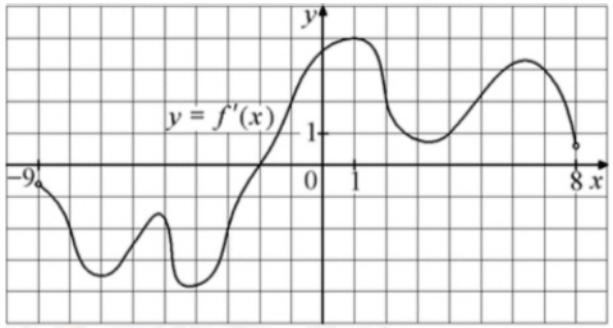
Ответ: _____.

5 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 4. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, A_1, B_1, C_1.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 3]$.



Ответ: _____.

7 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

Ответ: _____.

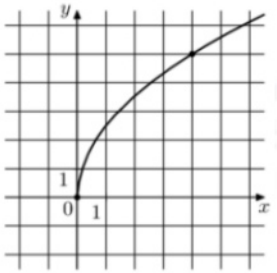
8 Петя и Митя выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 10 вопросов теста, а Митя — на 16. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Мити на 117 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Ответ: _____.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

©тренировочные варианты на сайте 100ballnik.com

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 3{,}5$.



Ответ: _____.

10 Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

11 Найдите наибольшее значение функции

$y = 20\operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 5\,; \log_2 11]$.

13 Основанием прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, $AB = AA_1$.

а) Докажите, что прямые A_1C и BD перпендикулярны.
б) Найдите объём призмы, если $A_1C = BD = 2$.

14 Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

15 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

– в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 11% по сравнению с концом предыдущего года;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2033 года долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат составит 650 тыс. рублей?

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

©тренировочные варианты на сайте 100ballnik.com

16 В треугольнике ABC угол ABC равен 60°. Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M.

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
б) Найдите $\sin\angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

17 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\big((a-1)x^2+3x\big)^2-2\big((a-1)x^2+3x\big)+1-a^2=0$$

имеет ровно два решения.

18 На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?
б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?
в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

©тренировочные варианты на сайте 100ballnik.com

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	-18
2	0,97
3	6
4	-12
5	12
6	-2
7	1,4
8	52
9	1,96
10	0,07
11	14
12	а) $\log_2 7$; 2 б) $\log_2 7$
13	$0{,}8\sqrt{6}$
14	$[0; \log_2 5)$
15	400 000
16	0,65
17	$\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \{0\} \cup \{1\} \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$
18	а) да, например 7 8 9 10 13 б) нет в) 2; 3

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

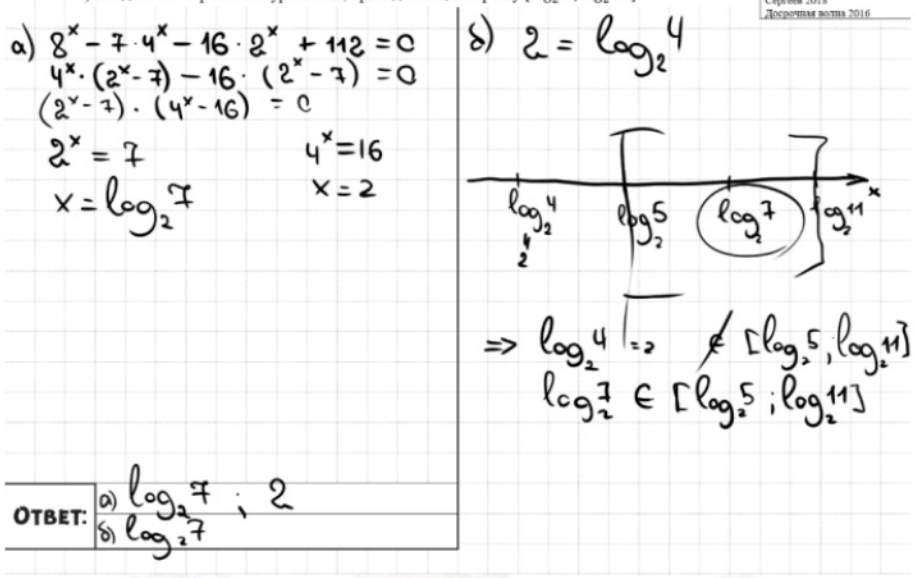
©тренировочные варианты на сайте 100ballnik.com

12 а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

Источники:
ФЦП (старый банк)
ФЦП (новый банк)
Сергеев 2018
Дорогими волна 2016



Ответ: а) $\log_2 7$; 2
б) $\log_2 7$

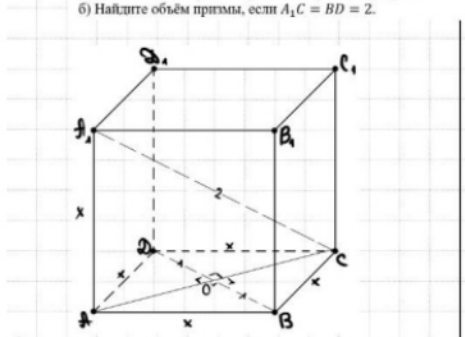
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 Основанием прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, $AB = AA_1$.

а) Докажите, что прямые A_1C и BD перпендикулярны.

б) Найдите объём призмы, если $A_1C = BD = 2$.

Источники:
Гордин #14 2019
Сетчатая волна (Речкин) 2017
ТЕОРЕМА О ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ



Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной

а) AC - проекция A_1C на пл. осн.
$AC \perp BD$ (по св-ву ромба)
$\Rightarrow A_1C \perp BD$ (по ТТП) ■

б) Пусть $AB = x = AA_1$
Тогда: $AC = \sqrt{A_1C^2 - AA_1^2} = \sqrt{4 - x^2}$
$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{x^2 - 1}$
$AC = 2\sqrt{x^2 - 1}$
$2\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{4 - x^2} \quad |^2$
$4x^2 - 4 = 4 - x^2$
$5x^2 = 8$
$x^2 = \frac{8}{5}$
$x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
$AC = 2 \cdot \sqrt{\frac{8}{5} - 1} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$
$V = 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5} \cdot 2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 0{,}8\sqrt{6}$

Ответ: $0{,}8\sqrt{6}$

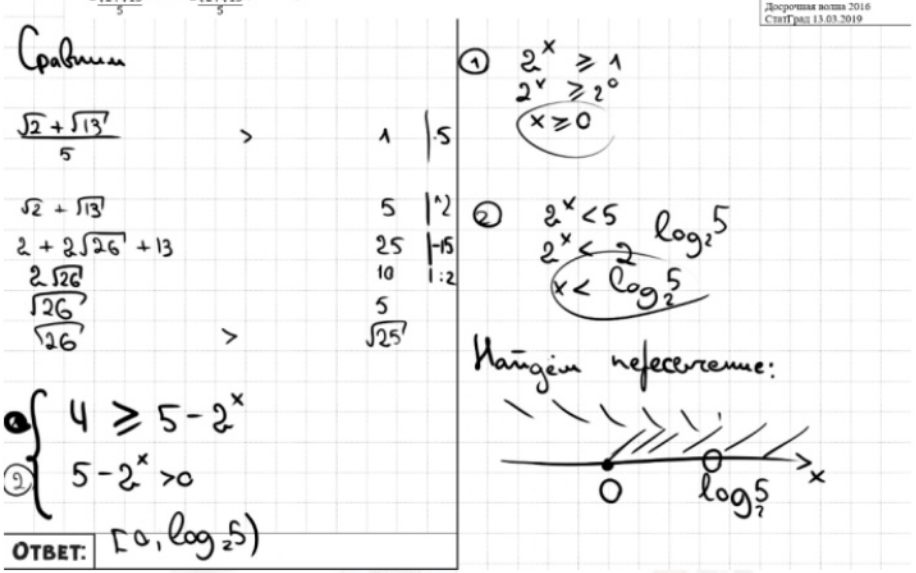
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

©ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ НА САЙТЕ 100ballnik.com

14 Решите неравенство $\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}}(5-2^x)$.

Источники:
Семёнов 2018
Досрочная волна 2016
СтатГрад 13.03.2019

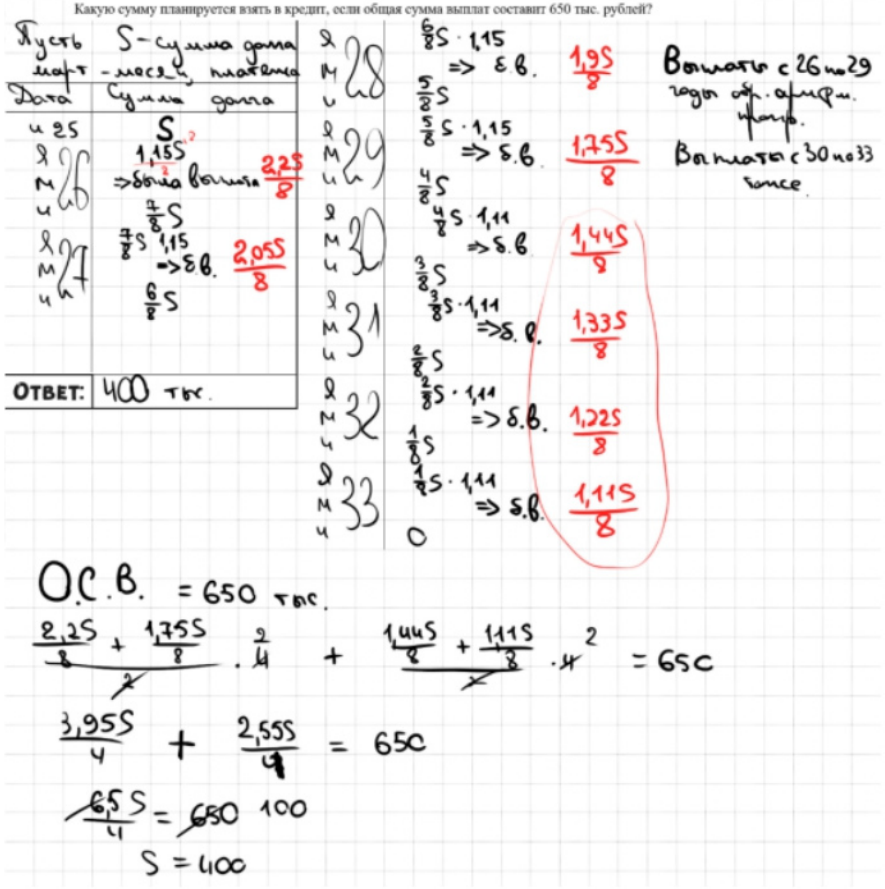


Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:
– в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 11% по сравнению с концом предыдущего года;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2033 года долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат составит 650 тыс. рублей?

Источники:
Основная волна 2021

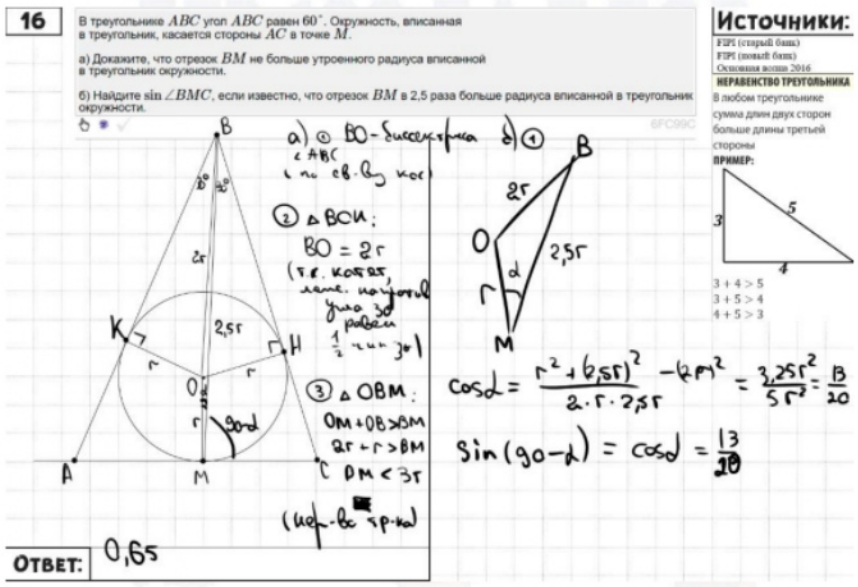


Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

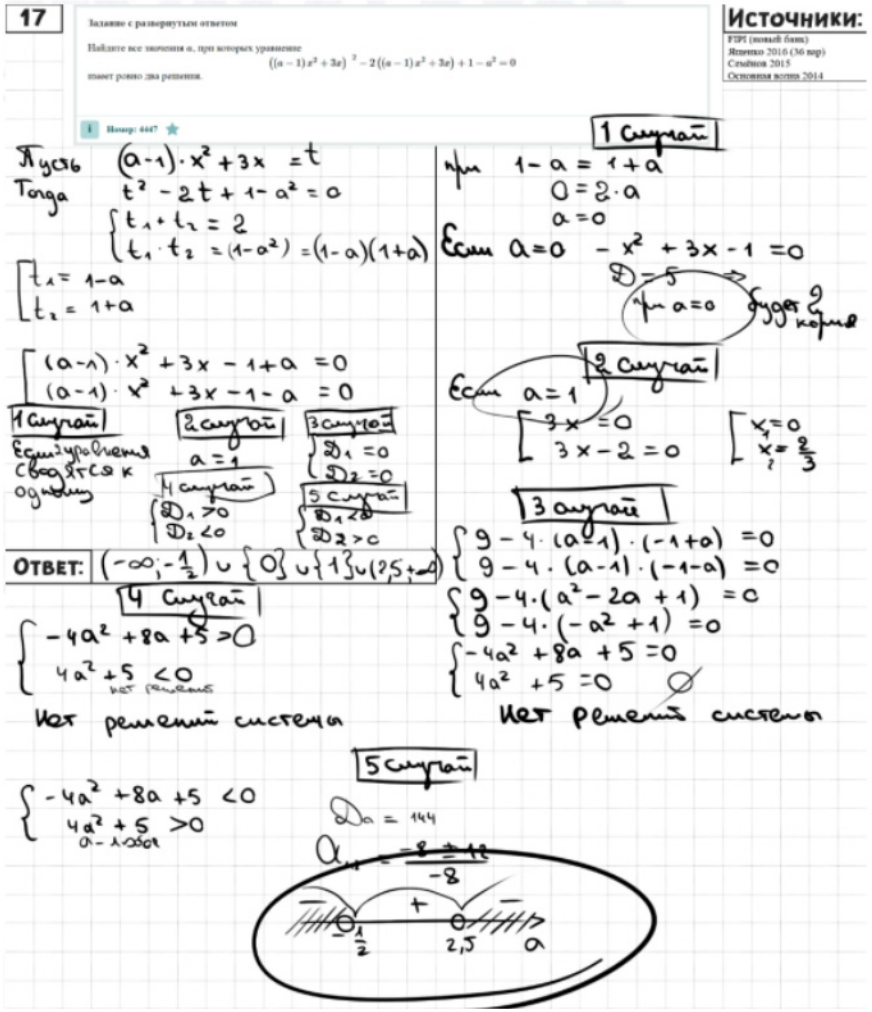
©ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ НА САЙТЕ 100ballnik.com

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220131

©ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ НА САЙТЕ 100ballnik.com

С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

©тренировочные варианты на сайте 100ballnik.com