

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №311

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

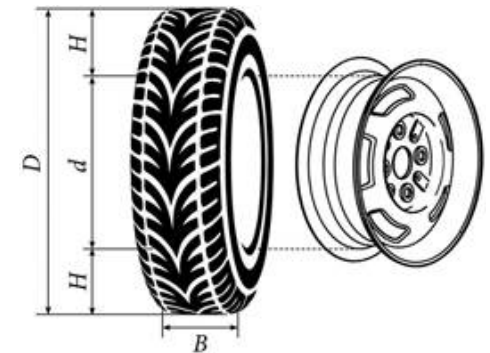


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены

вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/60 R17.

1. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже). Шины какой наибольшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	16	17	18
175	175/65	175/60, 175/65	–
215	215/65	215/60	–
225	225/60, 225/65	225/55	–
235	235/60	235/50, 235/50	235/50

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной с маркировкой 225/55 R17, меньше радиуса колеса с шиной с маркировкой 270/50 R17?

Ответ: _____.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами с маркировкой 235/50 R18?

Ответ: _____.

4. Найдите диаметр (в мм) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 235/50 R18? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{0,6}{2^{-2}+5^{-2}} - \left(\left(2\frac{1}{14} \right)^{-2} - \left(1\frac{14}{15} \right)^{-2} \right) - \frac{3}{29}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $ab+bc+ca=3$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$(a+b)(a+bc)+(b+c)(b+ca)+(c+a)(c+ab).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 12

2) 11

3) 10

4) 9

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{a} + \frac{a}{\sqrt{2}}} + 2 - \frac{a^2\sqrt{2} - 2\sqrt{a}}{a\sqrt{2a} - \sqrt[4]{8a^4}}$ при $a = 8\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 2 \\ yz = 25 \\ zx = 8 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $5x_1 - 5y_1 + z_1 + 2x_2 + 4y_2 + z_2$, где $(x_i; y_i; z_i)$ – решение этой системы, причём $x_{i+1} > x_i$.

Ответ: _____.

10. В классе учатся 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для любых целых значений и при любых целых значениях удовлетворяет равенству:

$$3f(f(x)) - 7f(x) + 2x = 0.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(0)$

Б) $f(3)$

В) $f(-15)$

1) 0

2) 6

3) -30

Ответ: _____.

12. Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32), \text{ где } t_C \text{ — температура в градусах по шкале Цельсия, } t_F \text{ — температура}$$

в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 50 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\frac{1}{2\sqrt{3-x-x-4\sqrt{3-9}}} \leq \frac{1}{2\sqrt{6-x-x-6\sqrt{2-12}}}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $(-\infty; -12) \cup (-9; 3]$

2) $(-\infty; -12] \cup (-9; 3]$

3) $[-9; 3]$

4) $[-12; -9]$

Ответ: _____.

14. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Площадь треугольника ABC равна $\sqrt{3}+1$, $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle BCA = 30^\circ$. Найдите AB .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

16. Две окружности касаются внешним образом. Прямая, проведённая через точку касания, образует в окружностях хорды, одна из которых равна 2,6 другой. Найдите радиусы окружностей, если расстояние между центрами равно 36. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

17. В равнобедренную трапецию с боковой стороной, равной 9, вписана окружность радиуса 4. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____.

18. На стороне AB треугольника ABC взяты точки M и N , причём $AM : MN : NB = 2 : 2 : 1$, а на стороне AC — точка K , причём $AK : KC = 1 : 2$. Найдите площадь треугольника MNK , если площадь треугольника ABC равна 15.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
- 2) Через любые две точки можно провести прямую.
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Ответ: _____.

20. Решите в действительных числах систему:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{(x-y)^2}{2} - (x-y)^4} = y^2 - 2x^2 \\ y \geq 4x^4 + 4x^2y + \frac{1}{2} \end{cases}$$

21. Из первых 22 натуральных чисел 1, 2, ..., 22 выбрали $2k$ различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и посчитали сумму чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27. Найдите наибольшее возможное значение числа k .

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$a^4x + a^2 + (2 + \sqrt{2})a + 2\sqrt{2} = a^2(a + \sqrt{2}) + 4x$$

имеет бесконечно много корней?

Модуль «Геометрия»

23. Дан произвольный треугольник с длинами сторон a , b , c . Треугольник может быть вырожденным. К сторонам с длинами сторон a и b проведены медианы m_a и m_b соответственно. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{m_a^2 + m_b^2}{c^2}$.

24. $ABCD$ – вписанный четырехугольник, диагонали которого перпендикулярны. Через вершины A , B , C и D проведены касательные к описанной окружности. Докажите, что образованный ими четырехугольник вписанный.

25. Диагонали описанной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC пересекаются в точке O . Радиусы вписанных окружностей треугольников AOD , AOB , BOC и COD равны 7 , 3 , 2 и r соответственно. Найдите r .

alexlarin.net