

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №310

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

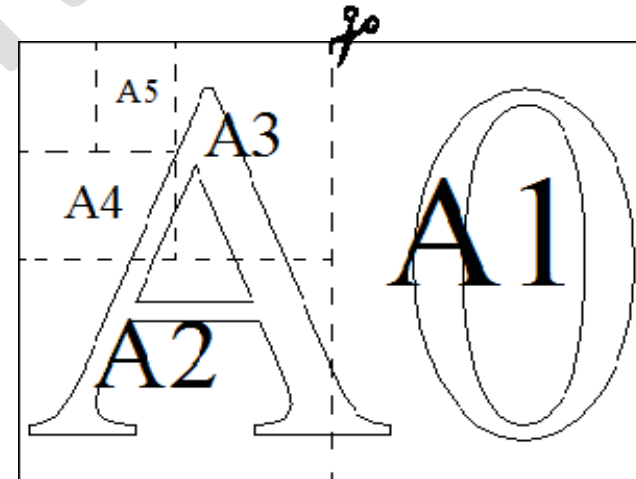
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2 (см. рис. выше). И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта, если изменяется формат листа.

В таблице (см. ниже) даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А3, А4, А5 и А6.

Номер листа	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	148	210
2	105	148
3	594	841
4	297	420

1. Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Формат	А1	А3	А5	А6
Номер				

Ответ: _____.

2. Сколько листов бумаги формата А4 получится из одного листа бумаги формата А2?

Ответ: _____.

3. Найдите длину (в мм) большей стороны листа бумаги формата А4. Результат округлите до десятков.

Ответ: _____.

4. Найдите длины большей стороны листа формата А1 к меньшей. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $1/72$ дюйма, то есть 03528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А4 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 27 пунктов на листе формата А5? Результат округлите до целого.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{7,46^3 + 6,26^3}{13,72} - 7,46 \cdot 6,26$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $ab + bc + ca = 1$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$10a^2 + 10b^2 + c^2.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt[3]{(a^2+4)}\sqrt{1+\frac{4}{a^2}} - \sqrt[3]{(a^2-4)}\sqrt{1-\frac{4}{a^2}}\right)^2}{a^2 - \sqrt{a^4 - 16}}$ при $a = 8$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{10}{9}.$$

В ответе запишите значение выражения $-5x_1 - 2x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. У Пети всего 28 одноклассников. У каждого двух из 28 различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для любых действительных значений и при любых действительных значениях удовлетворяет равенству:

$$f(xy + f(x)) = f(x \cdot f(y)) + x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-16)$

Б) $f(37)$

В) $f(-17)$

1) -17

2) -16

3) 37

Ответ: _____.

12. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, где a , b и c – стороны треугольника, а γ – угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos \gamma$, если $a = 5$, $b = 8$ и $c = 7$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$(x+1)\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{2x+1} + (2x+1)\sqrt{2x+1} \cdot \sqrt{1-3x} + (1-3x)\sqrt{1-3x} \cdot \sqrt{x+1} \geq 3.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]$

2) \emptyset

3) $\{0\}$

4) $\left[0; \frac{1}{3}\right)$

Ответ: _____.

14. В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. Если сдвинуть 3 квадратных столика вдоль одной линии, то получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 21 квадратный столик вдоль одной линии?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Площадь треугольника ABC равна 325 , $\angle BAC = \arctg \frac{1}{2}$, $AC = 5\sqrt{13}$. Найдите BC .

Ответ: _____.

16. В окружности радиуса 5 проведён диаметр и на нём взята точка A на расстоянии 4 от центра. Найдите радиус окружности, которая касается этого диаметра в точке A и изнутри касается данной окружности.

Ответ: _____.

17. В прямоугольной трапеции меньшее основание равно высоте, а большее основание равно 21 . Найдите боковые стороны трапеции, если известно, что одна из них касается окружности, проходящей через концы меньшего основания и касающейся большего основания. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

18. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24 . Найдите высоту этого треугольника, проведённую к гипотенузе.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180° .
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его биссектрис.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y = y^2 \\ y^3 + z = z^2 \\ z^3 + x = x^2 \end{cases}$$

21. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправили электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в группе?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений:

$$\begin{cases} |y + x^3| - |y + 3x| = 2y + x^3 + 3x \\ |-y - 3x + 1| - |y + x^3 - a| = -3y - 3x - x^3 + a + 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Модуль «Геометрия»

23. Дан произвольный треугольник с длинами сторон a , b , c . Треугольник может

быть вырожденным. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{a^2 + b^2}{c^2}$.

24. $ABCD$ – вписанный четырехугольник, диагонали которого перпендикулярны. P – точка пересечения диагоналей. Докажите, что середины сторон четырехугольника $ABCD$ и проекции точки P на стороны лежат на одной окружности.

25. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$; H и G – ортоцентры треугольников ABD и ABC соответственно. Найдите DH , если известно, что $CG = 7$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	3412	4	300	1,4	38	1,44	3	0,5	13	14	231	0,5	3	44	65	0,9	180	6,72	2	(0;0)	41	(-1; ∞)	0,5	-	7