Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №307

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

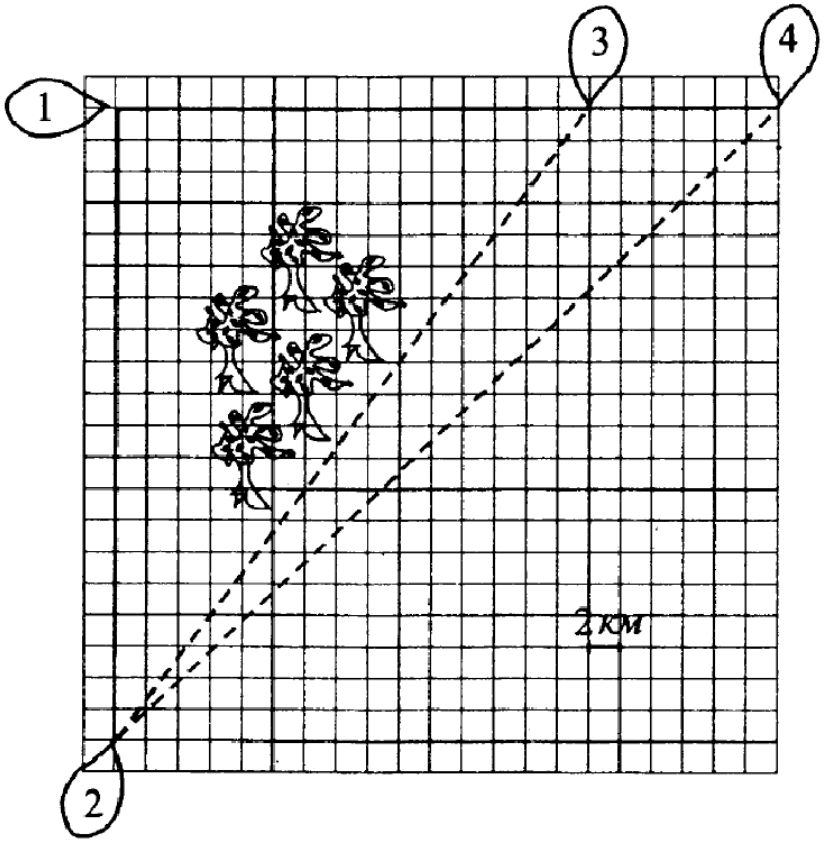
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

На рисунке (см. выше) изображён план местности. Сторона каждой клетки на плане соответствует 2 км. Антон Сергеевич живёт в деревне Котенково. В субботу он хочет съездить в районный центр Псово. Туда можно добраться по прямой грунтовой дороге, а можно доехать по шоссе до посёлка Хомяковка и свернуть под прямым углом на другое шоссе, ведущее в Псово. Есть и третий путь: от Котенково по другой грунтовой дороге, ведущей вдоль рощи, добраться до деревни Попугаевка, где свернуть на шоссе, ведущее к посёлку Псово. Грунтовые дороги образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Антон Сергеевич едет со скоростью 72 км/ч, а по грунтовой дороге – 50 км/ч.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами обозначены на плане населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите три цифры без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	Котенково	Попугаевка	Псово	Хомяковка
Цифры				

Ответ: _____.

2. Сколько километров проедет Антон Сергеевич, если поедет по шоссе через посёлок Хомяковка?

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в км) по прямой грунтовой дороге от Котенково до Псово.

Ответ: _____.

4. Сколько минут потратит Антон Сергеевич на дорогу, если поедет мимо рощи через деревню Попугаевка?

Ответ: _____.

5. В таблице (см. ниже) указана стоимость в рублях некоторых товаров в четырёх магазинах, расположенных в населённых пунктах.

Антон Сергеевич хочет купить 2 булки белого хлеба, 4 кг зелёных яблок и 0,5 кг сала. Найдите, в каком магазине такой набор продуктов стоить дешевле всего. В ответе запишите стоимость (в рублях) этого набора продуктов в этом магазине.

Наименование продукта	**Котенково**	**Хомяковка**	**Попугаевка**	**Псово**
Хлеб белый (1 булка)	30	26	35	28
Картофель (1 кг)	40	43	42	34
Яблоки красные (1 кг)	80	90	95	85
Яблоки зелёные (1 кг)	90	80	85	90
Сало (1 кг)	340	380	400	370

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{0,46^3-0,26^3}{0,2}-3\cdot 0,26\cdot 0,46$.

Ответ: _____.

alexlarin.net

тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

7. Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Причём $abcd=1$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{12}{a+b+c+d}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 4 **2)** 5 **3)** 6 **4)** 7

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3}\cdot\frac{\left(\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{a\sqrt{b}}\right)^6}$ при $a=64$ и $b=5^{12}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x-2y+4z=8 \\ x+y+z=-1 \\ x+3y+9z=-27 \end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $-x_1-4y_1+5z_1$, где $(x_1;\ y_1;\ z_1)$ – решение этой системы.

Ответ: _____.

10. Среди n рыцарей каждые двое – либо друзья, либо враги. У каждого из рыцарей ровно три врага, причём враги его друзей являются его врагами. При каких n такое возможно? В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для всех действительных значений и при любых действительных значениях x и y удовлетворяет равенству:

$$f\left(x^2+f(y)\right)=y+\left(f(x)\right)^2.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(15)$ **Б)** $f(-36)$ **В)** $f(46)$

1) 15 **2)** -36 **3)** 46

Ответ: _____.

12. Площадь прямоугольника вычисляется по формуле $S=\frac{1}{2}d^2\sin\varphi$, где d — диагональ, φ — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите S, если $d=10$ и $\sin\varphi=\frac{3}{5}$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt{7x^2+25x+19}-7\sqrt{x+2}\ge\sqrt{x^2-2x-35}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $[7;\ +\infty)$

2) $\left[3+2\sqrt{7};\ \frac{61+\sqrt{11137}}{18}\right]$

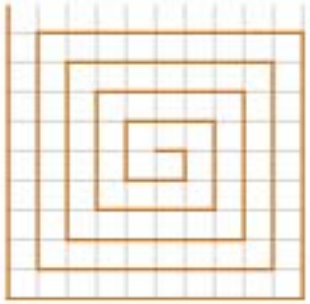
3) $[-2;\ 7]$

4) $[7;\ 3+2\sqrt{7}]\cup\left[\frac{61+\sqrt{11137}}{18};\ +\infty\right)$

Ответ: _____.

alexlarin.net

14. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 нарисована «змейка», представляющая из себя ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 140.



Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Дан треугольник со сторонами 12, 15, 18. Проведена окружность, касающаяся обеих меньших сторон и имеющая центр на большой стороне. Найдите отрезки, на которые центр окружности делит большую сторону треугольника. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

16. Две окружности радиуса r касаются друг друга. Кроме того, каждая из них касается изнутри третьей окружности радиуса R в точках A и B соответственно. Найдите радиус R, если $AB = 11$, $r = 5$.

Ответ: _____.

17. Около окружности радиуса $3\sqrt[4]{3}$ описана равнобедренная трапеция $ABCD$. E и K – точки касания этой окружности с боковыми сторонами трапеции. Угол между основанием AB и боковой стороной AD трапеции равен 60°. Найдите площадь трапеции $ABKE$.

Ответ: _____.

18. Сторону AB треугольника ABC продолжили за вершину B и выбрали на луче AB точку A_1 так, что точка B – середина отрезка AA_1. Сторону BC продолжили за вершину C и отметили на продолжении точку B_1 так, что C – середина BB_1. Аналогично, продолжили сторону CA за вершину A и отметили на продолжении точку C_1 так, что A – середина CC_1. Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$, если площадь треугольника ABC равна 4.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

1) В параллелограмме есть два равных угла.
2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
3) Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его сторон.

Ответ: _____.

alexlarin.net

тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите $a+b+c+d$, если комплексные числа a, b, c, d удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} ab+c+d=5 \\ bc+d+a=24 \\ cd+a+b=42 \\ da+b+c=13 \end{cases}.$$

21. На сайте проводится опрос, кого из 134 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа.
Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

22. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых и хотя бы одного значения b уравнение:

$$ax+\left|x^2-11x+14\right|=b+x^2+3x$$

имеет более трёх различных корней.

Модуль «Геометрия»

23. Каждая из трёх различных прямых делит площадь плоской фигуры Φ пополам. Найдите наибольшую возможную площадь фигуры, заключённую внутри треугольника, образованного этими прямыми, если известно, что площадь фигуры Φ равна 8.

24. Докажите, что проекции основания высоты треугольника на стороны, её заключающие, и на две другие высоты лежат на одной прямой.

25. Точка P движется по описанной окружности треугольника ABC, пройдя путь, равный длине дуги, градусная мера которой равна 30°. На какой угол (в градусах) поворачивается при этом прямая Симсона точки P относительно треугольника ABC?

alexlarin.net