

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 374

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(4x+7)}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

Ответ: _____.

2. Агрофирма закупает картофель в двух хозяйствах, 60% картофеля из первого хозяйства — картофель высшего сорта, из второго хозяйства поступает 65 % картофеля высшего сорта. Всего агрофирма закупает 62 % картофеля высшего сорта. Найдите вероятность того, что картофель, купленный у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

3. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.

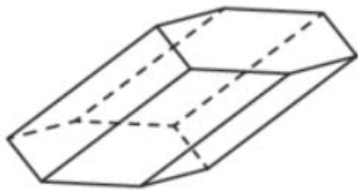
Ответ: _____.



4. Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b - \frac{7}{b}\right)\left(-7b + \frac{1}{b}\right)$. При $b \neq 0$.

Ответ: _____.

5. Найдите объём призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые рёбра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .



Ответ: _____.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - t^2 - 40t$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите, в какой момент времени (в секундах) после начала движения её скорость была равна 0 м/с.

Ответ: _____.

7. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 58$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется

выражением $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого

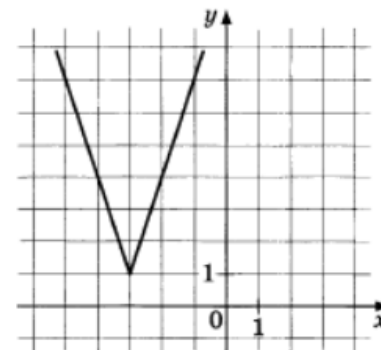
мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

8. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 14 км. Путь из А в В занял у туриста 4 часа, из которых 2 часа ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = |kx + b| + c$, где числа k, b и c — целые, $k > 0$. Найдите $f(-6,4)$.



Ответ: _____.

10. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 9. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 54$ на отрезке $[-4; -1]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\pi\right]$

13. На ребрах CD и BB₁ куба ABCDA₁B₁C₁D₁ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причем DP=4, а B₁Q=3. Плоскость APQ пересекает ребро CC₁ в точке M.

- А) Докажите, что точка M является серединой ребра CC₁
 Б) Найдите расстояние от точки C до плоскости APQ

14. Решите неравенство: $|x - 2|^{\log_4(x+2) - \log_2 x} \geq 1$

15. 15 декабря 2021 года Антон планирует взять кредит в размере 700 тысяч рублей на покупку машины. Условия его возврата, таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 10 числа по 14 число каждого месяца, необходимо выплатить одним платежом часть долга;

На какое минимальное количество месяцев Антон может взять кредит, чтобы каждая выплата не превышала 90 тысяч рублей?

(Автор задачи Николай Журавлев)

16. Сторона АВ квадрата ABCD равна 1 и является хордой некоторой окружности, причем остальные стороны квадрата лежат вне этой окружности. Длина касательной СК, проведенной из вершины С к этой окружности, равна 2.

- А) Докажите, что длина отрезка, соединяющего центр квадрата и центр окружности равна длине отрезка СК
 Б) Найдите диаметр окружности.

17. Найдите все значения параметра a , при которых ровно одно решение $(x; y)$ системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + ay^2 + x + 3 - a = 0 \\ ax^2 + 2y^2 + y + 3 - a = 0 \end{cases}$$

удовлетворяет неравенству $|x| + |y| > 2$

18. Бесконечная последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ задана следующим соотношением: $a_1 = 1, a_{n+1} = 10 \cdot a_n + 1 (n \geq 1)$.

- А) Делится ли число a_{2022} на 33?
 Б) Может ли член этой последовательности a_n при $n > 1$ быть точным квадратом?
 В) Какие остатки при делении на 7 могут иметь члены этой последовательности?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.