

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 377**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0, 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1.** Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(5x-6)}{24} = \frac{1}{2}$ . В ответ запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Найдите вероятность того, что при первых трех подбрасываниях выпадет одна и та же сторона монеты.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** В трапеции ABCD известны длины оснований: AD = 36, BC = 12. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Найдите площадь трапеции ABCD, если площадь треугольника AOD равна 216.

Ответ: \_\_\_\_\_.

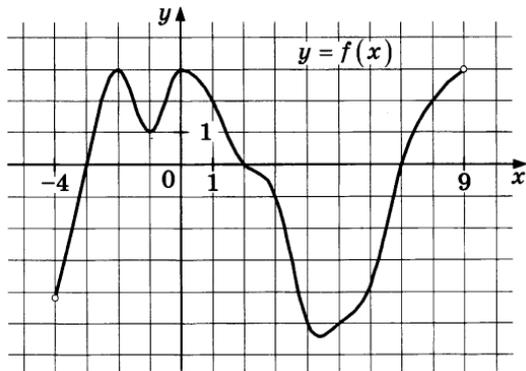
**4.** Вычислить:  $\sqrt[12]{(x^2 - 10x + 25)^6} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ , если  $4 < x < 4,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 24, а объем пирамиды равен 784. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 9)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  положительна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

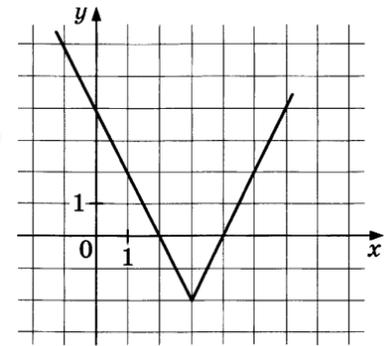
7. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $P \cdot V^\alpha = const$ , где  $P$  — давление в газе (Па),  $V$  — объем газа в кубических метрах, а  $\alpha$  — положительная постоянная величина. Найдите минимальное значение  $\alpha$ , при котором уменьшение объема газа в 16 раз приводит к увеличению давления не менее, чем в 32 раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Для приготовления молочного коктейля использовали 200 г мороженого жирностью 10% и 300 г молока 6%-ой жирности. Определите жирность полученного коктейля (в процентах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На рисунке изображен график функции  $f(x) = |kx + b| + c$ , где  $k, b$  и  $c$  — целые,  $k > 0$ . Найдите значение  $f(-15, 7)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Дана симметричная монета — при каждом ее подбрасывании выпадение «орла» или «решки» равновероятно. Эту монету подбросили шесть раз. Известно, что «решка» выпала ровно три раза. Найдите вероятность того, что при первых трех подбрасываниях монеты выпал «орел».

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции:  $y = \sqrt{x^3 - 3x + 11}$  на отрезке  $[-2; 13]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение

$$(\sqrt{x^2 + 2x - 7} - 1) \cdot \log_3(9 + 2x - x^2) = 0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_3 5; 2^{\sqrt{2}}]$

13. Основанием прямой треугольной призмы  $PQRP_1Q_1R_1$  является прямоугольный треугольник  $PQR$  с прямым углом  $R$ . Диагонали боковых граней  $PP_1Q_1Q$  и  $PP_1R_1R$  равны 17 и 15 соответственно,  $PQ = 10$ .

А) Докажите, что треугольник  $P_1QR$  прямоугольный.

Б) Найдите объем пирамиды  $P_1QRR_1$ .

14. Решите неравенство:  $\sqrt{\log_{0,5}^2 x + 4 \log_2 \sqrt{x}} < \sqrt{2} \cdot (4 - \log_{16} x^4)$

15. Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 2x^2 + 4x + 7$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через шесть лет суммарная прибыль может составить не менее 150 млн рублей при некотором значении  $x$ .

16. Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$  как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает основание  $AD$  в точке  $L$ , точка  $M$  – середина  $CD$ .

А) Докажите, что четырехугольник  $DLOM$  – параллелограмм.

Б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $BC = 3$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых три различных корня уравнения

$$x^3 + (a^2 - 9a)x^2 + 8ax - 64 = 0$$

образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти корни.

18. Тридцать пять шариков массой 1 г, 2 г, ..., 35 г разложили по двум коробкам, в каждой коробке находится хотя бы один шарик. Масса каждого шарика выражается целым числом граммов. Затем из второй коробки переложили в первую один шарик. После этого средняя масса шариков в первой коробке увеличилась на 4 г.

А) Можно ли такое быть, если первоначально в первой коробке лежали только шарики массой 3 г, 12 г и 27 г?

Б) Могла ли средняя масса шариков в первой коробке первоначально равняться 12,6 г?

В) Какое наибольшее число шариков могло быть первоначально в первой коробке?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.