

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 376

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

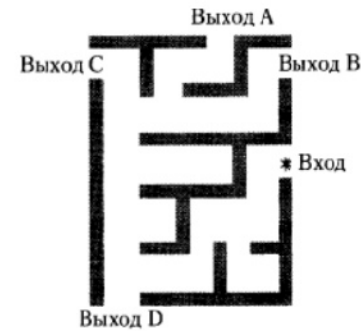
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $3^{3+4x} = 1,5 \cdot 2^{3+4x}$

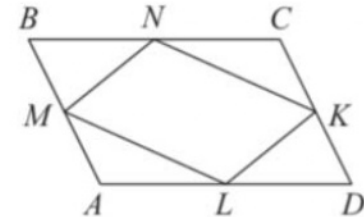
Ответ: _____.

2. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Ответ: _____.

3. Площадь параллелограмма ABCD равна 106. Найдите площадь параллелограмма MNKL, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

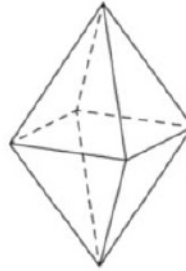


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{3}{125}}$

Ответ: _____.

5. Во сколько раз увеличится площадь поверхности октаэдра, если все его ребра увеличить в 3 раза?



Ответ: _____.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 6t^2 + 8t - 17$$

Где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость будет равна 93 м/с?

Ответ: _____.

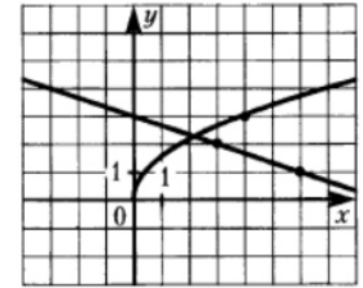
7. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время (в минутах), $\omega = 75^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 10^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 2250° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

8. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 20% воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как уголь две недели полежал на воздухе?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке А. Найдите ординату точки А.



Ответ: _____.

10. В викторине участвуют 10 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых шести играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выигрывает седьмой раунд?

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{16}{x}$ на отрезке $[1; 7]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sqrt{\cos 2x - \sin 5x} = -2 \cos x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 4\pi]$

13. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребрами $AB=BC=6$, $AA_1=12$ точки M и K – середины AB и BC соответственно, точка N лежит на ребре BB_1 , причем $BN=6$. Через точку D провели плоскость α параллельно плоскости KMN .

- А) Докажите, что плоскость α проходит через точки A_1 и C_1
 Б) Найдите расстояние между плоскостями KMN и α .

14. Решите неравенство: $2x \geq \log_5(29 \cdot 10^{x-1} - 4^x)$

15. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на срок семь лет в размере S млн рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $g\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2021, 2022, 2023 и 2024 годов долг остаётся равным S рублей;
- выплаты 2025, 2026 и 2027 годах равны 2,16 млн рублей;
- к июлю 2027 года долг будет выплачен полностью.

Найдите g и S , если известно, что сумма всех выплат составит 10,12 млн рублей.

16. Окружность радиуса 1 вписана в треугольник ABC , в котором $\cos \angle ABC = 0,8$

Эта окружность касается средней линии треугольника ABC , параллельной стороне AC .

- А) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный
 Б) Найдите площадь треугольника ABC .

17. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$4x^2 - 3x - a = (3x + a)^3 - 64x^6$$

не имеет решений

18. Введем на множестве натуральных чисел новую операцию квазиумножения следующим образом: $m \otimes n = m \cdot n + m + n$.

Результат операции будем называть квазипроизведением чисел m и n .

А) Число $n > 1$ будем называть квазипростым, если его нельзя представить в виде квазипроизведения двух меньших чисел. Найдите все простые числа, которые являются квазипростыми

Б) Число n будем называть квазичетным, если существует такое число m , что $n = 2 \otimes m$.

Будут ли квазичетными числами сумма и произведение двух квазичетных чисел? А трех или четырех?

В) Треугольник называется квазипрямоугольным, если он удовлетворяет теореме Квазипифагора: Сумма квазиквадратов двух сторон равна квазиквадрату третьей стороны. Найдите длины сторон равнобедренного квазипрямоугольного треугольника наименьшего периметра.

(автор задачи Сергей Андреевич Тюрин)

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.