

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 157

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      -0,8      Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

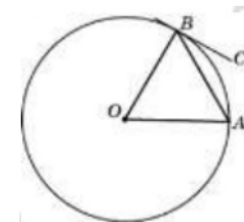
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Найдите корень уравнения:  $\frac{1}{10x+3} = \frac{1}{2}$ .

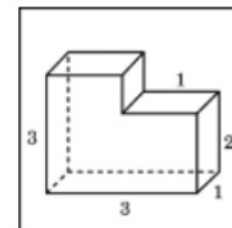
2. В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 17 из США, 28 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.



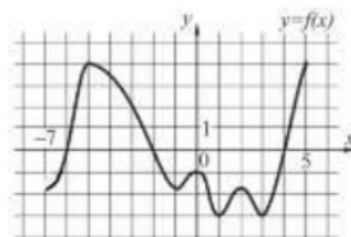
3. Угол между хордой  $AB$  и касательной  $BC$  к окружности равен  $36^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой  $AB$ . Ответ дайте в градусах.

4. Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$

5. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



6. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



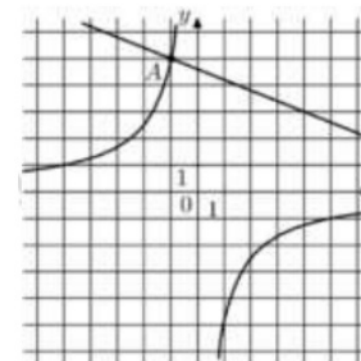
7. При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad \text{где } l_0 = 5 \text{ м — длина покоящейся ракеты,}$$

$c = 3 \cdot 10^5$  км/с — скорость света, а  $v$  — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

8. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

9. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



10. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

11. Найдите точку минимума функции  $y = (4x^2 - 16x + 16)e^{x-9}$



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x = \sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

13. Основание прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  — равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Точка  $M$  — середина ребра  $AB$ . Известно, что  $AB = 2AA_1$ .

а) Докажите, что прямые  $A_1C$  и  $MB_1$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми  $AC_1$  и  $MB_1$ .

14. Решите неравенство:

$$3^{\log_2 x^2} + 2 \cdot |x|^{\log_2 9} \leq 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{0,5}(2x+3)}.$$

15. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов

заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита (в млн рублей), при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 8 млн.

16. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . На них из точек  $M$  и  $K$  опущены перпендикуляры  $ME$  и  $KH$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $EH$  и  $AC$  параллельны.

б) Найдите отношение  $EH$  и  $AC$ , если  $\angle ABC = 45^\circ$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y-3)^2 - 1 \right) \left( (x-1)^2 + y^2 \right) \leq 0, \\ y - 2 = ax \end{cases}$$

не имеет решений.

18. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

**ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 157**

<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>4</b>	
<b>5</b>	
<b>6</b>	
<b>7</b>	
<b>8</b>	
<b>9</b>	
<b>10</b>	
<b>11</b>	

<b>12</b>		
<b>13</b>		
<b>14</b>		
<b>15</b>		
<b>16</b>		
<b>17</b>		
<b>18</b>		