

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №308

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**

Пётр Захарович строит баню с парным отделением на территории дачного участка. Парное отделение имеет размеры: длина 2,8 м, ширина 2,5 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 80 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице (см. ниже) представлены характеристики трёх печей. Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

Номер печи	1	2	3
Тип печи	дровяная	дровяная	электрическая
Объём помещения (м ³)	10-14	15-24	11-16
Масса (кг)	65	120	25
Стоимость (руб.)	16 400	23 200	19 500

1. Установите соответствие между объёмами помещений и номерами печей, для которых данный объём является наибольшим для прогрева помещений. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объём (м ³)	14	16	24
Номер печи			

Ответ: _____.

2. Найдите площадь потолка парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

3. На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения строящейся бани, обойдётся дешевле электрической без учёта установки?

Ответ: _____.

4. На дровяную печь, масса которой 120 кг, сделали скидку 25%. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

5. Пётр Захарович выбрал дровяную печь (см. рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2. Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.



Рис. 1

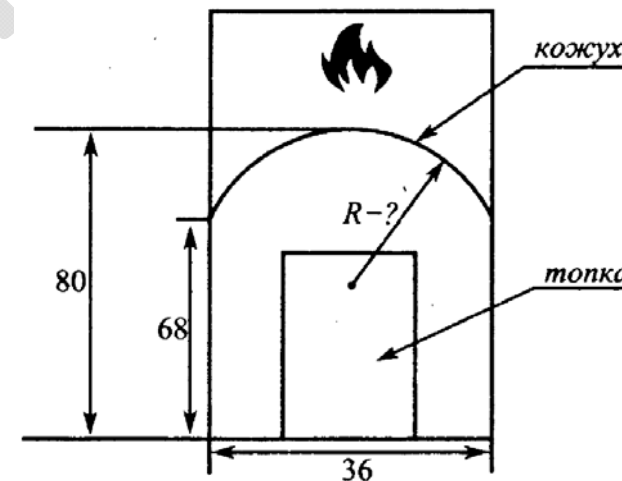


Рис. 2

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(0,3)^{-3} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + (-0,5)^{-2} \cdot \frac{3}{4} + (-1)^8 \cdot 6 - \frac{10}{27}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c , – действительные положительные числа. Причём $a^5 + b^5 + c^5 = ab^2 + bc^2 + ca^2$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{ab+bc+ca} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{b} + \frac{b^2+c^2}{c} + \frac{c^2+a^2}{a} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{5}{2}$

2) 2

3) $\frac{3}{2}$

4) $\frac{4}{3}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{x+\sqrt{2-x^2}} \cdot \sqrt[6]{1-x\sqrt{2-x^2}}}{\sqrt[3]{1-x^2}} + \sqrt[6]{2}$ при $x = -1,378$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0.$$

В ответе запишите значение выражения $-5x_1 + 3x_2 - 4x_3$, где x_i – решение этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Имеется язык, содержащий только две буквы – "а" и "у". Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не меньше одной и не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для всех действительных значений и при любых действительных значениях x и y удовлетворяет равенству:

$$f(x - f(y)) = f(f(y)) + x \cdot f(y) + f(x) - 1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-37)$

Б) $f(32)$

В) $f(-38)$

1) $-683,5$

2) -511

3) -721

Ответ: _____.

12. Количество теплоты (в джоулях), полученное однородным телом при нагревании, вычисляется по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$, где c – удельная теплоёмкость в Дж/(кг·К), m – масса тела (в кг), t_1 – начальная температура тела (в кельвинах), а t_2 – конечная температура тела (в кельвинах). Пользуясь этой формулой, найдите Q (в килоджоулях), если $t_2 = 366$ К, $c = 500$ Дж/(кг·К), $m = 4$ кг и $t_1 = 359$ К.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 4} + \sqrt{6x^2 - 5x - 4} \geq 4x - 3.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $[2; +\infty)$

2) $(-\infty; -1]$

3) $[-1; 2]$

4) $(-\infty; -1] \cup \{5\}$

Ответ: _____.

14. Грузовик перевозит партию щебня массой 60 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за пятый день, если вся работа была выполнена за 8 дней.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3:7, а высота, опущенная на гипотенузу, равна 42. Найдите отрезки, на которые высота делит гипотенузу. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

16. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противолежащего острого угла и имеет центр на гипотенузе треугольника. Найдите радиус окружности, если катеты равны 90 и 216.

Ответ: _____.

17. В четырёхугольнике $MNPQ$ расположены две непересекающиеся окружности так, что одна из них касается сторон MN , NP , PQ , а другая – сторон MN , MQ , PQ . Точки B и A лежат соответственно на сторонах MN и PQ , причём отрезок AB касается обеих окружностей. Найдите длину стороны MQ , если $NP = 15$ и периметр четырёхугольника $BAQM$ больше периметра четырёхугольника $ABNP$ на величину 22.

Ответ: _____.

18. Каждая из трёх окружностей радиуса $\frac{9}{\sqrt{2\sqrt{3}-\pi}}$ касается двух других. Найдите площадь фигуры, расположенной вне окружностей и ограниченной их дугами, заключёнными между точками касания.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) В любом параллелограмме есть два равных угла.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в натуральных числах уравнение:

$$x^2 - 19x + 99 = y^2.$$

21. Несколько экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку кинофильму – целое число от 1 до 10 включительно. Рейтинг кинофильма – это среднее геометрическое оценок всех экспертов. Какое наибольшее количество экспертов могло быть, если известно, что рейтинг – целое число и каждый эксперт выставил различную оценку.

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$\frac{1}{3\sqrt{x}} + \frac{1}{4\sqrt{1-x}} + \left| \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{1}{4\sqrt{1-x}} \right| + a \leq 0$$

имеет единственное решение (точку).

Модуль «Геометрия»

23. Из середины каждой стороны остроугольного треугольника опущены перпендикуляры на две другие стороны. Найдите площадь ограниченного ими шестиугольника, если известно, что площадь исходного треугольника равна 22.

24. На отрезке AC взята точка B . На отрезках AB , BC , CA соответственно построены полуокружности ω_1 , ω_2 , ω_3 по одну сторону от AC . D — такая точка на ω_3 , что BD перпендикулярна AC . Общая касательная к ω_1 и ω_2 касается этих полуокружностей в точках F и E соответственно. Докажите, что прямая EF параллельна касательной к ω_3 , проведённой через точку D .

25. Найдите наибольшую возможную градусную меру угла Брокара произвольного треугольника.