

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 159

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

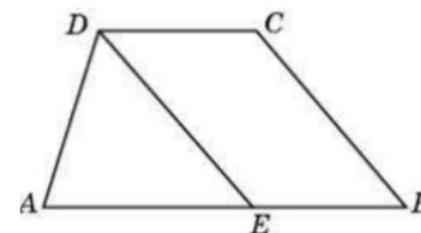
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{x+2} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

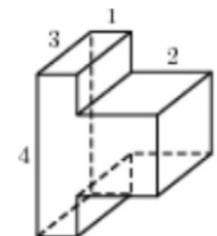
2. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

3. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.

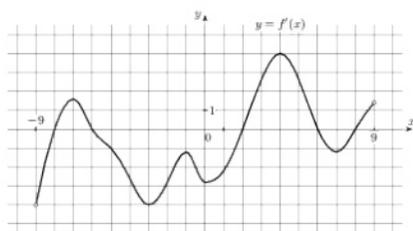


4. Найдите значение выражения $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}$.

5. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



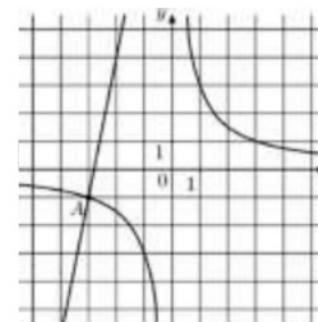
6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 9)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



7. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равномерно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20$ / мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ / мин² — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

8. Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



10. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

11. Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 9)e^{10-x}$ на отрезке $[-11; 11]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$4^{\sin x} + 4^{-\sin x} = \frac{5}{2}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

13. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $CC_1 = 2$.

а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 45° .

б) Найдите объём цилиндра.

14. Решите неравенство:

$$(2x+1)\log_5 10 + \log_5 \left(4^x - \frac{1}{10}\right) \leq 2x - 1.$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на 13 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту в 3 раза больше наименьшего платежа.

16. Длины сторон AB , AD , BC и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию.

а) Докажите, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 6$, $AD = 8$, $BC = 10$, $CD = 12$ и $BD = BC$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

18. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 159

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		