

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

ГЕОМЕТРИЯ

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

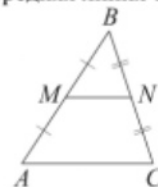
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

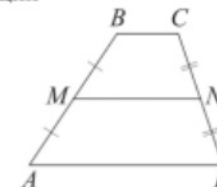
		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

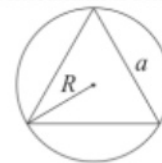


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



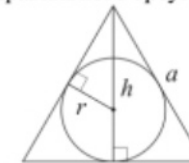
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



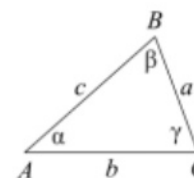
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



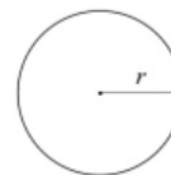
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Часть 1

Площади фигур



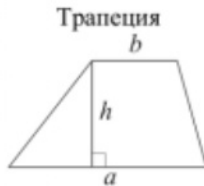
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

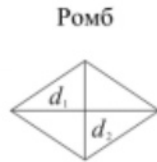


$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$



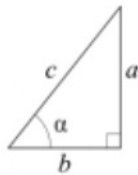
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

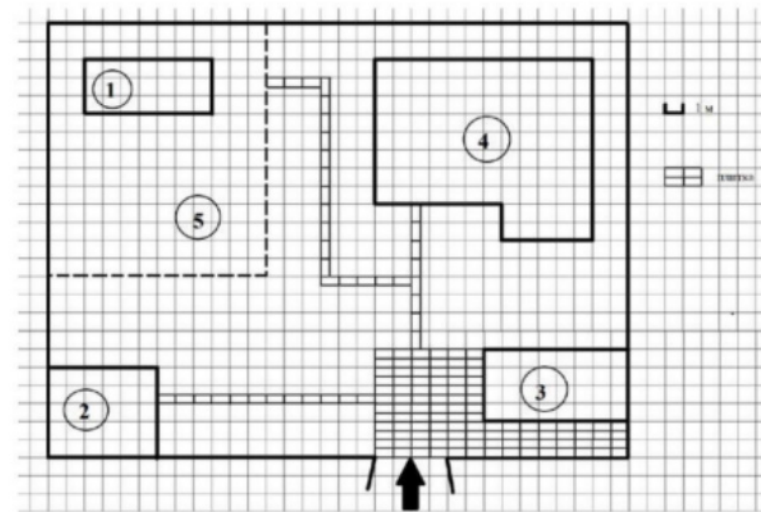
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Сосновое, 2-й Зелёный пер, д. 9 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа – гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется теплица, расположенная на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 0,5 м. Перед гаражом имеется площадка, вымощенная той же плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	теплица	сарай	жилой дом	гараж
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите расстояние от сарая до жилого дома (под расстоянием между двумя объектами следует понимать расстояние между их ближайшими точками). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	11,56	7000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	13,48	6000	Доставка со скидкой 50%, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

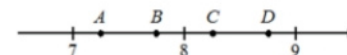
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{19}\right) \cdot 19.$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$b^5 : b^4 \cdot b^5$$

при $b = 4$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$\frac{12}{x+5} = -\frac{12}{5}.$$

Ответ: _____.

10 В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = 3x$ Б) $y = \frac{1}{3}x$ В) $y = -\frac{1}{3}x$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длиной более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$2x - 3(x - 7) \leq 3.$$

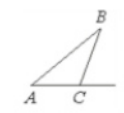
- 1) $(-\infty; -24]$
- 2) $(-\infty; 18]$
- 3) $[18; +\infty)$
- 4) $[-24; +\infty)$

Ответ:

14 К концу 2009 года в городе проживало 53 100 человек. Каждый год число жителей города возрастало на одну и ту же величину. В конце 2018 года в городе проживало 60 390 человек. Какова была численность населения этого города к концу 2015 года?

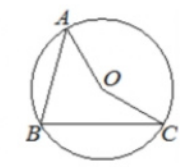
Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC угол C равен 133° . Найдите внешний угол при вершине C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 43^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



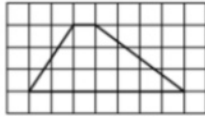
Ответ: _____.

- 17 Два катета прямоугольного треугольника равны 6 и 7. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 3) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^4 = (x - 20)^2.$$

- 21 Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

- 24 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

- 25 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	1243
2	29
3	15
4	106
5	53240
6	20,75
7	3
8	4096
9	-10
10	0,56
11	312
12	260
13	3
14	57 960
15	47
16	32
17	21
18	4
19	12
20	-5; 4
21	44
22	4
23	4
24	■
25	$\sqrt{427}$

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^4 = (x - 20)^2$. Разность вычитаемых
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20)) \cdot (x^2 + (x - 20)) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 20 = 0$$

$D = -19$
корней нет

$D = 81$
 $x = \frac{-1 \pm 9}{2}$
 $x = 4 \quad x = -5$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доказано до конца, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -5; 4

21 Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобиля на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 40 км/ч.

$\frac{2S}{x} = \frac{S}{x-11} + \frac{S}{66} \quad | : S$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{x-11} + \frac{1}{66}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{66 + x - 11}{66(x-11)}$$

$$2(66 + x - 11) = x - 11$$

$$x^2 + 55x = 132x - 1452$$

$$x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$D = 5929 - 5808 = 121$$

$$x = \frac{77 \pm 11}{2}$$

$x = \frac{77 + 11}{2} = 44$
 $x = \frac{77 - 11}{2} = 33$

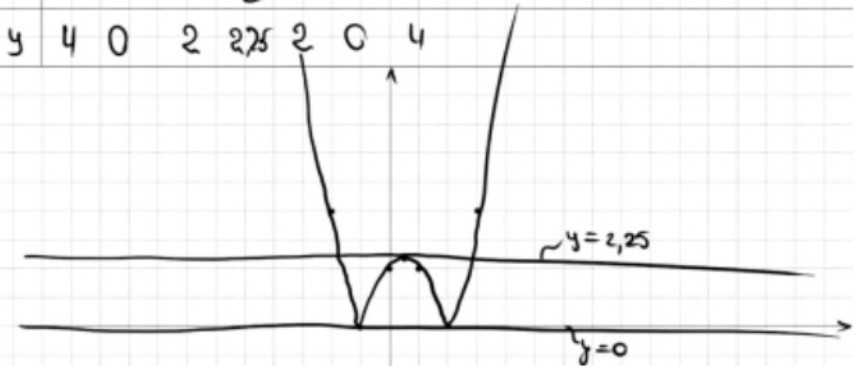
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 44

22 Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

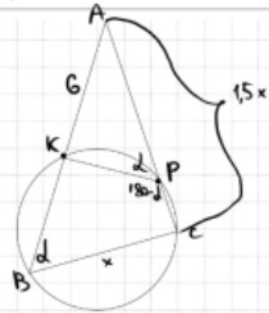
x	-2	-1	0	1/2	1	2	3
y	4	0	2	2,25	2	0	4



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены все возможные значения параметра
1	График построен верно, но все возможные значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 4 при $y \in (0; 2,25)$

23 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

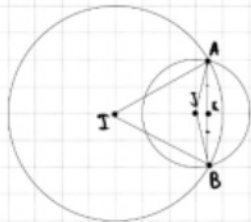


Пусть $\angle B = d$
 Тогда $\angle KPC = 180 - d$
 (т.к. $BKPC$ - вписанная о-к)
 $\angle APK = 180 - (180 - d) = d$
 $\triangle AKP \sim \triangle ABC$ по 2 углам
 (A и d)
 $\frac{6}{1.5x} = \frac{KP}{x}$ $KP = \frac{6x}{1.5x} = 4$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 4

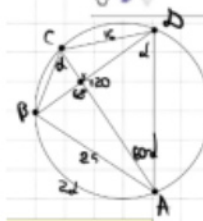
24 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.



Пусть K - середина AB
 $\triangle ABI$ - р/с.
 $\Rightarrow IK$ - медиана и высота
 $\Rightarrow IK \perp AB$
 $\triangle ABJ$ - р/с.
 $\Rightarrow JK$ - медиана и высота
 $\Rightarrow JK \perp AB$
 $IK \perp AB$
 $JK \perp AB$
 $\Rightarrow IK$ совпадает с JK (т.к. обе проходят через K)
 $\Rightarrow IJ \perp AB$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верно, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.



$\frac{25}{\sin d} = \frac{16}{\sin(60-d)}$
 $25 \cdot \sin(60-d) = 16 \sin d$
 $25 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos d - \frac{1}{2} \sin d \right) = 16 \sin d$
 $\frac{25\sqrt{3}}{2} \cos d - \frac{25}{2} \sin d = 32 \sin d \quad | :2$
 $25\sqrt{3} \cos d = 57 \sin d$
 $\cos d = \frac{57}{25\sqrt{3}} \sin d$
 $\sin^2 d + \cos^2 d = 1$
 $\frac{\sin^2 d + \frac{3249}{625} \sin^2 d}{25^2 \cdot 3} = 1$
 $1875 + 3249 \sin^2 d = 15625$
 $3249 \sin^2 d = 13750$
 $\sin^2 d = \frac{13750}{3249}$
 $\sin d = \frac{25}{2\sqrt{127}}$
 $2R \sin d = 25$
 $2R \cdot \frac{25}{2\sqrt{127}} = 25$
 $R = \sqrt{127}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
 $\triangle ABC: \frac{25}{\sin d} = 2R$
 $\triangle ACD: \frac{16}{\sin(60-d)} = 2R$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены опечатки или ошибки вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\sqrt{127}$

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.