

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

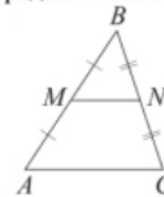
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

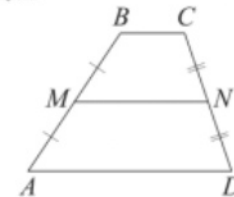
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

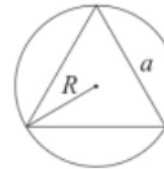


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



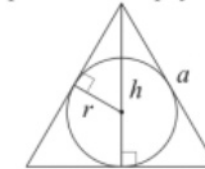
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



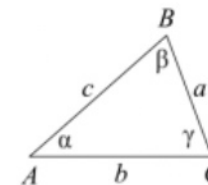
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



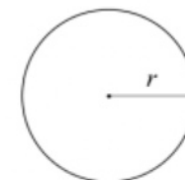
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур



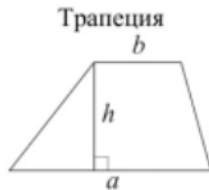
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

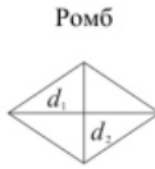


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



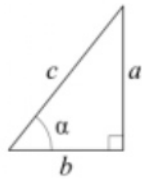
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина 3 м, ширина 2,6 м, высота 2,2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
Орион	дровяная	8-18	72	15000
Огонёк	дровяная	6-16	85	23000
Плутон	электрическая	14-20	25	18000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведение специального кабеля, что обойдётся в 6000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 3100 киловатт-часов электроэнергии по 4 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 3 куб. м дров, которые обойдутся по 1500 руб. за 1 куб. м.

1 Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).

Ответ: _____.

2 На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

3 На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: _____.

4 Доставка печи из магазина до участка стоит 800 рублей. При покупке печи ценой выше 20000 рублей магазин предлагает скидку 5% на товар и 20% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Огонёк» вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: _____.

5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 2. Размеры указаны в см.

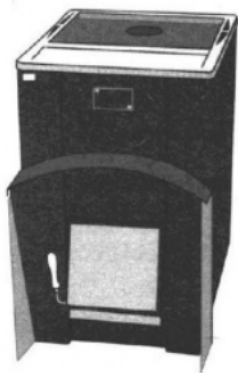


Рис. 1

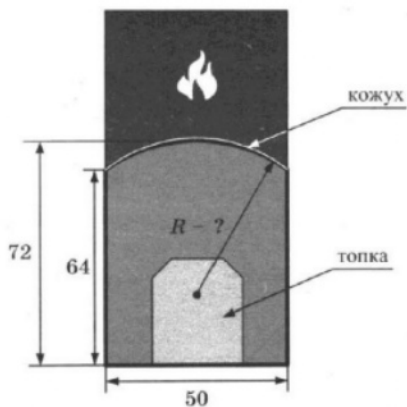


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис.). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах; ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\left(1\frac{5}{6} + \frac{3}{5}\right) \cdot 24.$$

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $a - c$, $c - b$ отрицательна?

- 1) $a - b$
- 2) $a - c$
- 3) $c - b$
- 4) ни одна из них

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$(4b)^2 : b^5 \cdot b^3$$

при $b = 128$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$$5x^2 - 10x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

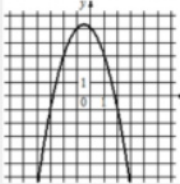
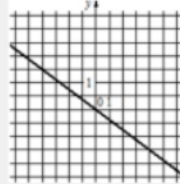
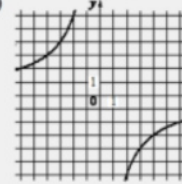
Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = -x^2 - x + 5$ Б) $y = -\frac{3}{4}x - 1$ В) $y = -\frac{12}{x}$

ГРАФИКИ

1)  2)  3) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$8x - 8 > 7x + 6.$$

- 1) $(-\infty; 14)$
- 2) $(14; +\infty)$
- 3) $(-2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -2)$

Ответ:

14 Врач прописал больному капли по следующей схеме: в первый день 10 капель, а в каждый следующий день – на 10 капель больше, чем в предыдущий, до тех пор, пока дневная доза не достигнет 60 капель. Такую дневную дозу (60 капель) больной ежедневно принимает пять дней, а затем уменьшает приём на 10 капель в день до последнего дня, когда больной принимает последние десять капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить на весь курс, если в каждом пузырьке 5 мл лекарства, то есть 130 капель?

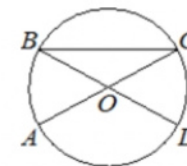
Ответ: _____.

15 В треугольнике два угла равны 57° и 86° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD – диаметры. Угол AOD равен 124° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



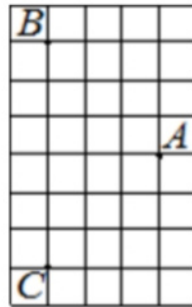
Ответ: _____.

- 17 Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

- 21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

- 22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x} & \text{при } x < -4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

- 23 В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC .



- 24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

- 25 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	17,16
2	9000
3	7900
4	22490
5	43,1
6	58,4
7	3
8	16
9	2
10	0,35
11	123
12	4
13	2
14	5
15	37
16	28
17	18
18	3
19	1
20	$(-1; 1); (1; 1)$
21	60
22	$\{0\} \cup [4; +\infty)$
23	6
24	■
25	820

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$ $y = 4 - 3x^2$

$5x^2 = 5$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$
 $y = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1$
 $x = -1$
 $y = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $(-1, 1)$; $(1, 1)$

21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

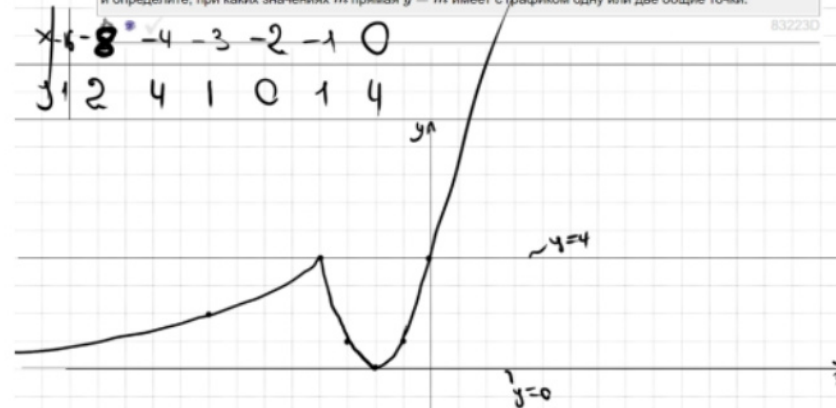
$100^2 = 10000$
 $110^2 = 12100$
 $120^2 = 14400$

$t_{\text{медл.}} - t_{\text{быстр.}} = 1$
 $\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$
 $\frac{840x - 840x + 840 \cdot 4}{x^2 - 4x} = 1$
 $x^2 - 4x - 3360 = 0$
 $D = 16 + 13440 = 13456$
 $x = \frac{4 \pm 116}{2}$
 $x = 60$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 60

22 Постройте график функции $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$
 $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x} & \text{при } x < -4. \end{cases}$
 и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

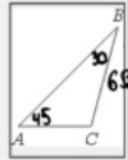


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $m \in \{0\} \cup [4; +\infty)$

23

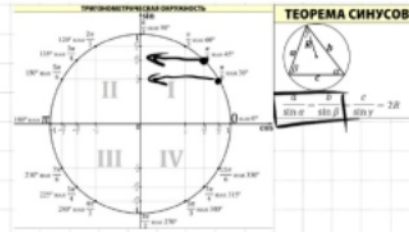
В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC .



$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{6\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}}$$

$$AC = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3 \cdot 2 = 6$$

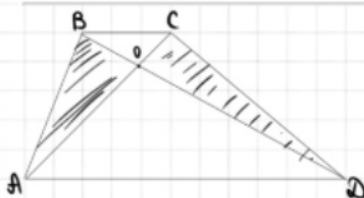


Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: | 6

24

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны. *Фигур h - высота трап.*

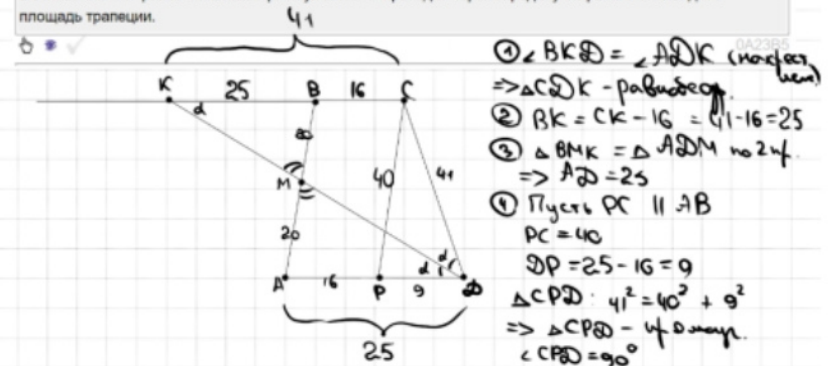


$$\begin{aligned} \textcircled{1} S_{ABD} &= \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h \\ S_{ACD} &= \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h \\ \rightarrow S_{ABD} &= S_{ACD} \\ S_{ABO} + S_{AOD} &= S_{COD} + S_{AOD} \end{aligned}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.



$$\textcircled{6} S = \frac{16+25}{2} \cdot 20 = 820$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: | 820

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.