

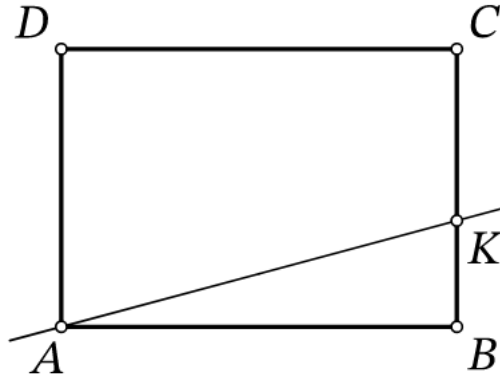
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
8 класс**

1. Числа x , y , z таковы, что $x \in [-3,7]$, $y \in [-2,5]$, $z \in [-5,3]$.

1.1 (1 балл) Найдите наименьшее возможное значение величины $x^2 + y^2$.

1.2 (3 балла) Найдите наименьшее возможное значение величины $xuz - z^2$.

2. (4 балла) Дан прямоугольник $ABCD$. Прямая, проходящая через вершину A и точку K на стороне BC , делит весь прямоугольник на две части, площадь одной из которых в 5 раз меньше площади другой. Найдите длину отрезка KC , если $AD = 60$.



3. В ряд лежат 127 шариков, каждый из которых либо красный, либо зелёный, либо синий. Известно, что

- есть хотя бы один красный, хотя бы один зелёный и хотя бы один синий шарик;
- слева от каждого синего шарика лежит красный шарик;
- справа от каждого зелёного шарика лежит красный шарик.

3.1 (1 балл) Какое наибольшее количество красных шариков может лежать в ряду?

3.2 (3 балла) Какое наименьшее количество красных шариков может лежать в ряду?

4. (4 балла) Ваня выписал в ряд без пропусков друг за другом все натуральные числа от 1 до N в следующем порядке:

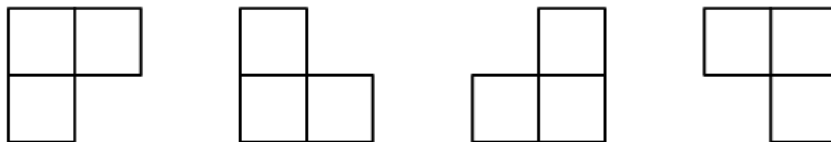
$$1 \ N \ 2 \ N-1 \ 3 \ N-2 \ \dots$$

Например, при $N = 5$ получилось бы 15243, а при $N = 10$ получилось бы 11029384756.

При каком наименьшем N в такой записи встретится последовательность цифр 301?

5. Клетчатый прямоугольник площади S таков, что:

- его целиком можно разрезать по линиям сетки на прямоугольники 1×13 ;
- его целиком можно разрезать по линиям сетки на трёхклеточные уголки (примеры уголков изображены на рисунке ниже);
- не существует клетчатого прямоугольника меньшей площади, удовлетворяющего двум предыдущим условиям.



5.1 (2 балла) Найдите S .

5.2 (2 балла) Чему может быть равен периметр этого прямоугольника? Укажите все возможные варианты.

Если ответом являются несколько чисел, то они вводятся все — каждое число в отдельное поле ввода в произвольном порядке.

6. Числа 13, 14, 15, ..., 25 покрашены в пять цветов: одно чёрное число, три красных, три синих, три жёлтых, три зелёных.

Известно, что:

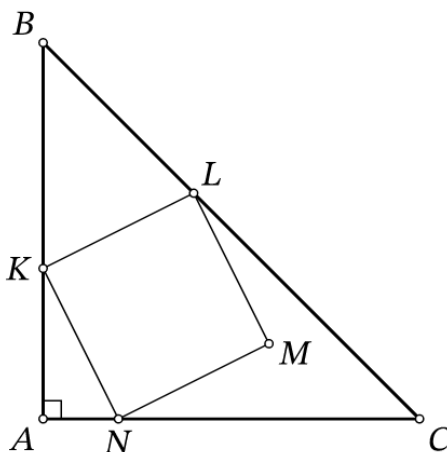
- все четыре суммы трёх одноцветных чисел равны;
- число 13 — красное, 15 — жёлтое, 23 — синее.

6.1 (1 балл) Найдите чёрное число.

6.2. (3 балла) Найдите три зелёных числа.

7. (4 балла) Дан прямоугольный равнобедренный треугольник ABC с прямым углом A . Квадрат $KLMN$ расположен, как на рисунке: точки K, L, N лежат на сторонах AB, BC, AC соответственно, а точка M расположена внутри треугольника ABC .

Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AK = 7, AN = 3$.



8. (4 балла) В ряд встали 7 гномов: Весельчак, Ворчун, Простачок, Скромник, Соня, Умник и Чихун. На каждом из них кофта с первой буквой его имени и колпак. У некоторых из них сегодня плохое настроение, и они при любой просьбе делают всё наоборот (остальные гномы делают то, что их попросят).

Белоснежка попросила снять колпак тех, рядом с которыми стоит хотя бы один гном с плохим настроением. Получилось так, как изображено на следующем рисунке: колпак сняли все гномы.



Удивившись, Белоснежка переставила гномов, всем надела колпаки и повторила свою просьбу. Получилось так, как изображено на следующем рисунке: колпак снял только Простачок.



У кого из гномов сегодня плохое настроение?

- Весельчак
- Ворчун
- Простачок
- Скромник
- Соня
- Умник
- Чихун