

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2021–22 учебный год

5 класс

Время выполнения заданий — 180 минут Максимальный балл — 100

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ**. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором **НЕ** разрешается. Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.com после олимпиады.

Задача 1. Люций и Максим участвуют в круговой гонке. Гонщики едут с постоянной скоростью всю гонку. За то время, что Люций проезжает 18 кругов, Максим проезжает 16 кругов. Сколько кругов проедет Люций за то время, что Максим проедет 56 кругов?

Задача 2. В велогонке «Tour de Казань» приняли участие команды из шести человек. На первом этапе никто не выбыл из гонки. На втором этапе после массового падения выбыли 17 велосипедистов, а на каждом последующем этапе выбывало на три велосипедиста меньше, чем на предыдущем этапе. Финиш седьмого заключительного этапа пересекли 57 велосипедиста. Сколько команд приняли участие в гонке?

Задача 3. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами 7 1 2 2 0 2 1 знаки арифметических действий («+», «-», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 31. Можно использовать скобки. *В ответ запишите всё выражение целиком.*

Задача 4. Автомобиль «Ока» длиной 3 метра преследует грузовик длиной 17 метров. «Ока» движется с постоянной скоростью 30 м/с, а грузовик движется с постоянной скоростью 25 м/с. Сколько секунд потребуется «Оке» на обгон грузовика? Начало обгона считается с того момента, когда передняя часть «Оки» окажется на одном уровне с задней частью грузовика, до момента, когда передняя часть грузовика окажется на уровне задней части «Оки».

Задача 5. Аделя и Марина договорились встретиться в 7:30 перед школой. Аделя думала, что ее часы спешат на 4 минуты, но на самом деле они опаздывают на 8 минут. Марина думала, что ее часы опаздывают на 8 минут, но на самом деле они спешат на 4 минуты. Кто из девочек пришел раньше и сколько минут ждал подружку, если они обе думали, что пришли ровно в 7:30? *Ответ дать в формате «Имя девочки, время ожидания».*

Задача 6. Вжик, Чип и Дейл запасаются орехами, грибами и еловыми шишками на зиму. У каждого в сумме одинаковое количество предметов в запасе. У Чипа орехов вдвое больше, чем у Вжика. У Дейла на 20 орехов больше, чем у Вжика. Грибов у каждого по 48 штук. В сумме у них 180 шишек и 180 орехов. Сколько шишек у Чипа?

Задача 7. Общий вес трёх уток и двух утят составляет 11 килограммов, общий вес четырех уток и трех утят составляет 15 килограммов. Каков общий вес в килограммах двух уток и одного утенка? Все утки весят одинаково и все утята весят одинаково, но утка и утенок весят не одинаково.

Задача 8. Вася и Петя решили изготавливать свечи. Воск, растопленный в большом горшке, ребята разливают по подготовленным формам. Из каждой формы вынимают по 5 свечей и, очищая форму от остатков воска, получают материал для изготовления еще 1 свечи. Все остатки снова переплавляются и, как и раньше, производятся новые свечи. Мальчики повторяют эту процедуру до тех пор, пока есть возможность заполнить воском всю форму. Во время первой плавки Вася и Петя использовали весь воск и сделали 360 свечей, а все остатки из воска сложили в горшок и из него решили сделать вторую плавку, затем третью и так далее, пока была возможность делать свечи. Сколько свечей они сделали всего?

Задача 9. На улице Гулливерия, которая соединяет площадь Карликов и площадь Лилипутов, необычная нумерация домов. По правой стороне улицы нумерация домов идет от площади Кар-

ликов до площади Лилипутов, начиная с единицы: 1, 2, 3, ... А по левой — продолжается от площади Лилипутов до площади Карликов. Причем дома на улице расположены таким образом, что каждый дом по правой стороне улицы находится прямо напротив дома по левой стороне улицы. Если дом номер 37 находится напротив номера 64, сколько всего домов на улице?

Задача 10. Футболки были выполнены в трех цветах: красном, сером и черном. Количество красных футболок на шесть меньше, чем общее количество черных и серых футболок. Также количество серых футболок на десять меньше, чем общее количество красных и черных футболок. Сколько черных футболок было изготовлено?



Задача 11. Четверо друзей спускаются по лестнице. Петя спускается на 2 ступеньки за раз (перешагивает через одну), Вася — на 3 ступеньки за раз (перешагивает через две), Миша — на 4, а Тимур — на 5. Если все вместе ребята наступили только на верхнюю и нижнюю ступеньку, то на сколько ступенек наступило ровно по одному человеку?


Задача 12. В книжном магазине Тане понравились 4 книги, но для покупки всех книг Тане не хватало 200 рублей. Она заметила, что если купит три книги, без первой, то у нее останется 450 рублей, если все без второй, то останется 530 рублей, если все без третьей — то 390 рублей, и если все без четвертой — то 490 рублей. Сколько денег было у Тани?

Задача 13. Шесть детей — Антон, Боря, Вася, Гоша, Дима и Елисей стоят в очереди за булочками. Боря и Дима стоят рядом с друг другом, Вася и Гоша тоже стоят рядом с друг другом. Между Гошей и Елисеем ровно 2 человека, между Антоном и Борей тоже ровно 2 человека, а между Антоном и Гошей 1 человек. Елисей стоит раньше Бори, но позже Васи. Кто может стоять пятым в очереди? Укажите все варианты ответов через запятую.

Задача 14. Кирилл записал в ряд 10 натуральных чисел. Оказалось, что сумма любых трех соседних чисел равна 20. Первое число равно 2, а девятое — 8. Найдите, чему равно пятое число.

Задача 15. У Миши есть доска в форме прямоугольника 4×6 клеточек и много клетчатых фи-

гурок из четырех клеток вида  и . Он хочет замостить всю доску по клеточкам этими фигурками. Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться

друг на друга и выходить за пределы доски. Сколько фигурок вида  он может использовать? Укажите все варианты ответов через запятую в порядке возрастания.

Задача 16. Мария Петровна пишет на доске несколько различных чисел, после чего ученики у себя в тетради должны записать все возможные суммы пар чисел, что есть на доске, причем если какое-то число получается несколько раз, то его нужно записать только 1 раз. Например, если Мария Петровна запишет числа 1, 2, 6, 7, то ученики должны записать у себя в тетрадах 3, 7, 8, 9, 13. Мария Петровна записала на доске какие-то 5 чисел. Какое наименьшее количество чисел школьники могут записать в своих тетрадах?

Задача 17. Число назовем **оптимистичным**, если его цифры различны и увеличиваются слева направо. Число, цифры которого различны и убывают слева направо, назовем **пессимистичным**. Сумма семизначного пессимистичного и семизначного оптимистичного числа, состоящего тех же цифр, что пессимистичное число, составляет 11 001 000. Чему может быть равно оптимистичное число? Укажите все варианты ответов.

Задача 18. На прямой даны точки A, B, C, D, E, F . Известно, что $AB = 1$ см, $BC = 2$ см, $CD = 4$ см, $DE = 8$ см, $EF = 16$ см. Умар нарисовал всевозможные расположения точек на прямой и в каждом из случаев посчитал, чему равна длина отрезка AF . Сколько различных чисел получилось у Умара?

Задача 19. В примере на сложение трехзначных чисел $КОТ + ПЕС + ШУМ = 2021$ используются девять различных цифр вместо девяти букв. Какое наименьшее значение может принимать наименьшее из трех слагаемых?

Задача 20. В таблице 3×3 записаны девять натуральных чисел, как показано на рисунке. Паша закрасил пять чисел, а Даша — три числа. Оказалось, что сумма чисел, закрасенных Пашей, в три раза больше суммы чисел, закрасенных Дашей. Какое число могло остаться незакрасенным? Укажите все варианты.

5	11	14
16	10	7
17	12	18