Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 372

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

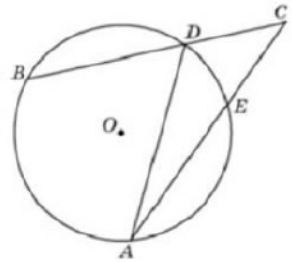
1. Решите уравнение $\left(\frac{3}{7}\right)^{2x}\cdot\sqrt[6]{\frac{729}{7}}=\sqrt[3]{7^{-5x}}$

Ответ: ________________________.

2. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 18 мая погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 21 мая в Волшебной стране будет отличная погода.

Ответ: ________________________.

3. Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 118° и 38°. Ответ дайте в градусах.

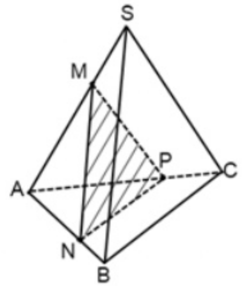


Ответ: ________________________.

4. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{a}}\left(b\cdot\sqrt[4]{a}\right)+\log_{\sqrt{b}}a+\log_a\sqrt{ab}$, если $\log_{a^2b}\frac{b}{a}=\frac{1}{4}$

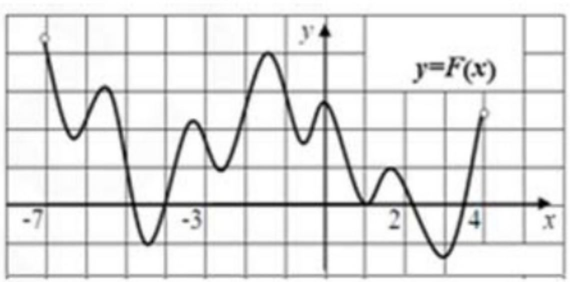
Ответ: ________________________.

5. Объем пирамиды *SABC* равен 54. На ребрах *SA*, *AB* и *AC* взяты точки *M*, *N* и *P* соответственно так, что *SM*:*MA*= =*BN*:*NA*=*CP*:*PA*=1:2. Найдите объем пирамиды *MANP*.



Ответ: ________________________.

6. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ – одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале (-7;4). Пользуясь рисунком, определите значение функции $f(x)$ в точке $x = 0$.



Ответ: ________________________.

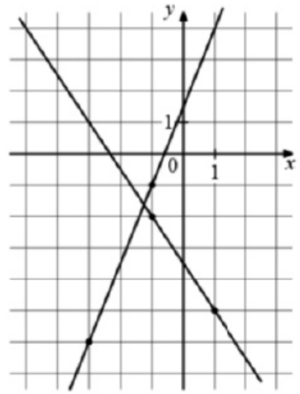
7. Кинетическая энергия тела, имеющего массу m (кг) и скорость v (м/с) равна $E=\dfrac{mv^2}{2}$ (Дж). Какую наименьшую начальную скорость должна иметь пуля массой 9 граммов, чтобы при прохождении через неподвижную мишень передать ей энергию не меньше 810 Дж, уменьшив при этом свою скорость не более чем в три раза? (Считать, что в процессе полёта пули потери энергии не происходит). Ответ дайте в м/с.

Ответ: ________________________.

8. На круговой дорожке стадиона длиной 400 м тренируются два спортсмена, совершая забег из одной точки дорожки. Найдите скорость в м/сек движения каждого из них, если известно, что при движении в одну сторону они встречаются каждые 20/3 минуты, а при движении в противоположные стороны они встречаются каждые 4/3 минуты. В ответе укажите произведение полученных значений.

Ответ: ________________________.

9. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: ________________________.

10. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x^2 - 8x + 8) \cdot e^{2-x}$ на отрезке [1; 7].

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\dfrac{tg3x}{1+\cos 3x}=\cos 3x-1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{6}\right]$

13. Основанием правильной треугольной пирамиды MABC является треугольник ABC со стороной 6. Ребро MA перпендикулярно грани MBC. Через вершину пирамиды M и середины ребер AC и BC проведена плоскость α.

А) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равносторонним треугольником.

Б) Найдите расстояние от вершины C до плоскости α.

14. Решите неравенство: $\log_{x+8}\left(x^2-3x-4\right)<2\cdot\log_{(4-x)^2}\left|x-4\right|$

15. В растворе X содержится 30% вещества A и 50% вещества B, в растворе Y содержится 50% вещества A и 40% вещества B, в растворе Z содержится 80% вещества A и 10% вещества B. В результате смешивания получился раствор, содержащий 60% вещества A. Найдите наименьшее возможное содержание вещества B в получившемся растворе.

16. Дана окружность с диаметром AB. Вторая окружность с центром в точке A пересекает первую окружность в точках C и D и диаметр в точке E. На дуге CE, не содержащей точки D, взята точка M, отличная от точек C и E. Луч BM пересекает первую окружность в точке N, а вторую пересекает вторично в точке K.

А) Докажите, что MN=NK

Б) Найдите MN, если известно, что CN=2, ND=3.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x-2a}\le\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x-2a+4}$$

имеет ровно два решения

18. Участники конкурса на лучшую математическую задачу анонимно присылают каждый свою задачу. После публикации все участники дают оценку каждой задаче, кроме своей. В конкурсе принимают участие 6 человек. Каждый участник за лучшую по его мнению задачу дает 5 баллов, за следующую – 4 балла и так далее, за пятую – 1 балл. По каждой задаче баллы суммируются, так определяется рейтинг задачи.

А) Могут ли все рейтинги быть простыми числами?

Б) Могла ли сумма четырех наибольших рейтингов быть в три раза больше суммы остальных?

В) Какова минимальная сумма третьего и четвертого рейтингов, если им дали номера в порядке невозрастания?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.