

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 154

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

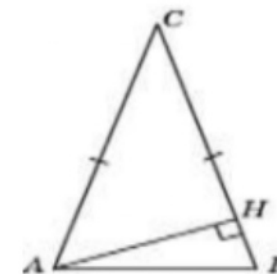
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Решите уравнение $\sqrt[4]{-x-3} = 2$.

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

3. В треугольнике ABC $AC = BC = 4$, угол C равен 30° . Найдите высоту AH .

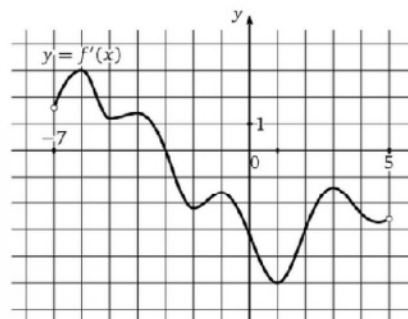


4. Найдите значение выражения

$$5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right), \text{ если } \sin \alpha = -0,25$$

5. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найдите ребро равновеликого ему куба.

6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6; 4]$.



7. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_{\text{н}} = 20 \text{ C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_{\text{в}} = 60 \text{ C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T (C), причем

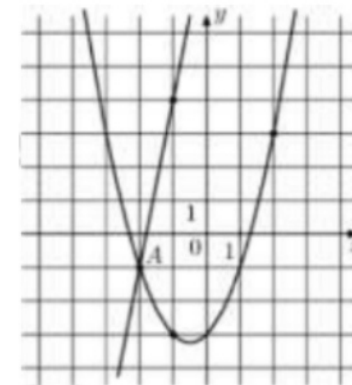
$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{н}}}{T - T_{\text{н}}} \text{ (м)}, \text{ где } c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \text{ — теплоемкость}$$

воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ —

постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

8. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



10. На фабрике керамической посуды 30% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до тысячных.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 36 \operatorname{tg} x - 36x - 9\pi + 7$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x^2} = 6$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[1; 2]$.

13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 30, а боковое ребро SA равно 28. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C , а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .

14. Решите неравенство:

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

15. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле 2018, 2019 и 2020 гг. долг остаётся равным S тыс. рублей;

- выплаты в 2021 и 2022 годах равны по 625 тыс. рублей;

- к июлю 2022 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет. Ответ дайте в тыс. рублей.

16. В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причем $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$25^{x^2} - 2(a+1)5^{x^2} + 9a - 5 = 0$$

имеет четыре различных решения.

18. Про три различных натуральных числа известно, что они являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{13}{7}$?

б) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{8}{7}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине из этих чисел равно 25?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 154

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		