Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 декабря 2021 года
Вариант МА2110209
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

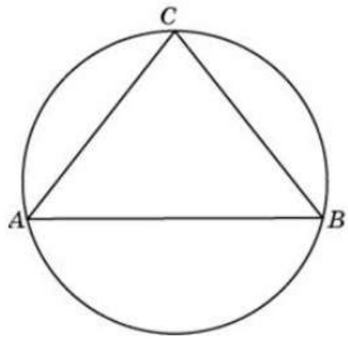
1 Решите уравнение $\frac{5}{14}x^2 = 4\frac{3}{8}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: ___________________________.

2 В классе 9 учащихся, среди них два друга — Олег и Сергей. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Сергей окажутся в одной группе.

Ответ: ___________________________.

3 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 13, основание равно 24. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

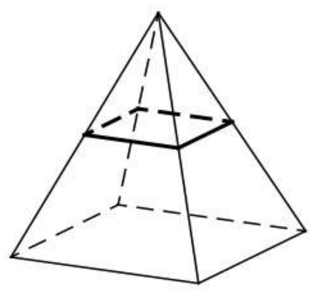


Ответ: ___________________________.

4 Найдите значение выражения $\frac{5^{3,8} \cdot 7^{5,8}}{35^{4,8}}$.

Ответ: ___________________________.

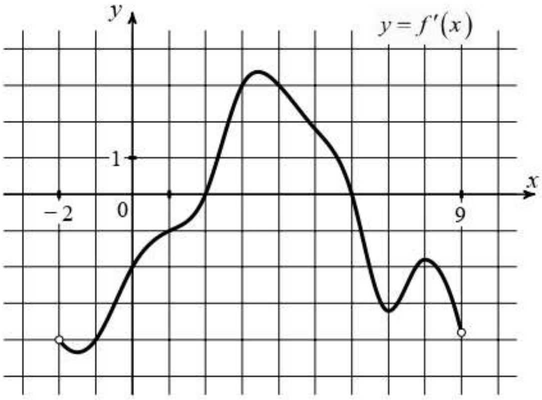
5 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 22. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: ___________________________.

6

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -x + 20$ или совпадает с ней.



Ответ: ___________________________.

7

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 24$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 13,4 м на расстоянии 1 м?

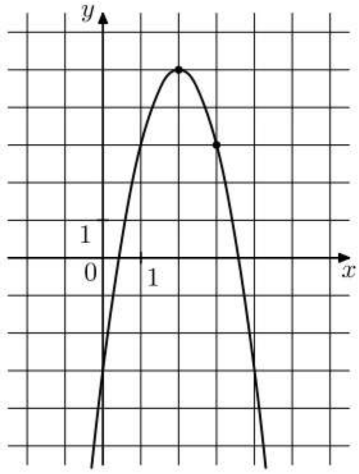
Ответ: ___________________________.

8

Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 6,3 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 3,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx-3$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: ___________________________.

10 На фабрике керамической посуды 20 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ___________________________.

11 Найдите точку максимума функции $y=5+12x-2x^{\frac{3}{2}}$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $4\cos^2 x - 1 = -\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

13

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SBC проведена высота SH, а в грани SEF проведена высота SK.
а) Докажите, что прямая AD перпендикулярна плоскости SHK.
б) Найдите угол между прямыми BE и SH, если $SA = 13$, а $BC = 10$.

14

Решите неравенство $\frac{28}{\left(2^{7-x^2} - 4\right)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2} - 4} - 2 \geq 0$.

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 475 000 рублей?

16

Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Известно, что угол DAC равен $90°$, а угол ACB в 2 раза больше угла ADB. Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна $180°$.
а) Докажите, что $BP = 2AP$.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 8$ и точка P является серединой диагонали BD.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^{ax} | 2^{x^2} < 7^{-[x+2a]}, \\ 2x^3 + x^2 + x < 2a^3 + a^2 + a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-2;1]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a. Например, $\left[\sqrt{2}\right] = 1$ и $[-3{,}4] = -4$.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\sqrt{n+2}\right] | \left[\sqrt{n-2}\right] = n$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\sqrt{n+35}\right] | \left[\sqrt{n-34}\right] = n$?

в) Найдите все натуральные числа n , для которых $\left[\sqrt{n+75}\right] | \left[\sqrt{n-74}\right] = n$.

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
15 декабря 2021 года
Вариант МА2110210
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс ________

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

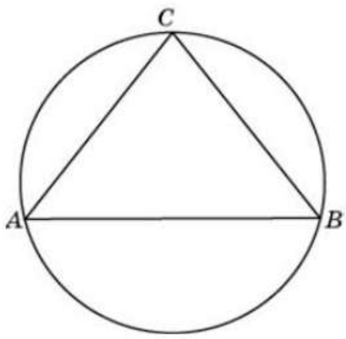
1 Решите уравнение $\frac{8}{15}x^2 = 3\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: ___________________________.

2 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Олег и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Андрей окажутся в одной группе.

Ответ: ___________________________.

3 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 30, основание равно 36. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

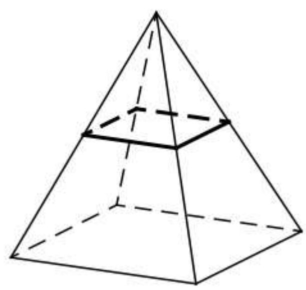


Ответ: ___________________________.

4 Найдите значение выражения $\frac{2^{4,4}\cdot 6^{7,4}}{12^{6,4}}$.

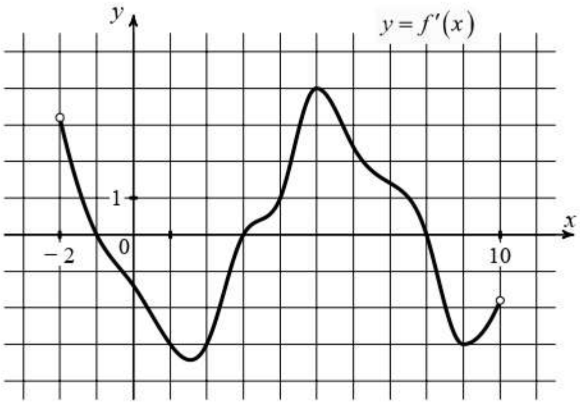
Ответ: ___________________________.

5 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 18. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: ___________________________.

6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 17$ или совпадает с ней.



Ответ: ___________________________.

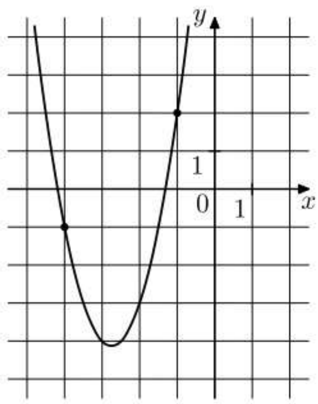
7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 16$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 8,6 м на расстоянии 1 м?

Ответ: ___________________________.

8 Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,2 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+11$. Найдите значение $f(0{,}5)$.



Ответ: ____________________________.

10 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ____________________________.

11 Найдите точку максимума функции $y=6+15x-2x^{\frac{3}{2}}$.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 1 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SAB проведена высота SH, а в грани SDE проведена высота SK.
а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости SHK.
б) Найдите угол между прямыми AD и SH, если $SA = 25$, а $AB = 14$.

14 Решите неравенство $\frac{14}{\left(4^{5-x^2} - 2\right)^2} + \frac{1}{4^{5-x^2} - 2} - 4 \geq 0$.

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 575 000 рублей?

16 Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Известно, что угол DAC равен $90°$, а угол ACB в 2 раза больше угла ADB. Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна $180°$.
а) Докажите, что $BP = 2AP$.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 16$ и точка P является серединой диагонали BD.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^{ax+x}\cdot 5^{x^2} < 7^{-(x+2a+2)}, \\ 2x^3+x^2+2x < 2a^3+a^2+2a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1;2]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a. Например, $[\sqrt{2}]=1$ и $[-3,4]=-4$.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $[\sqrt{n+1}]\cdot[\sqrt{n-1}]=n$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $[\sqrt{n+25}]\cdot[\sqrt{n-24}]=n$?

в) Найдите все натуральные числа n, для которых $[\sqrt{n+65}]\cdot[\sqrt{n-64}]=n$.

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

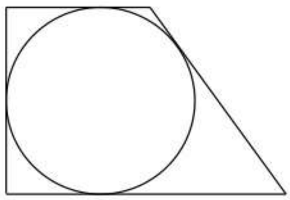
1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}=16^{x}$.

Ответ: ____________________________.

2 В группе туристов 32 человека. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист К. полетит пятым рейсом вертолёта.

Ответ: ____________________________.

3 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 36, её бóльшая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.

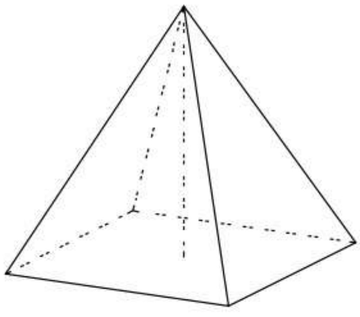


Ответ: ____________________________.

4 Найдите значение выражения $\frac{38\cos 13^\circ}{\cos 167^\circ}$.

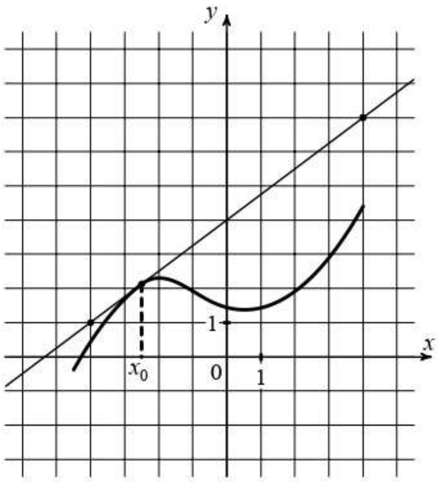
Ответ: ____________________________.

5 Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 14, а высота равна 24.



Ответ: ____________________________.

6 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

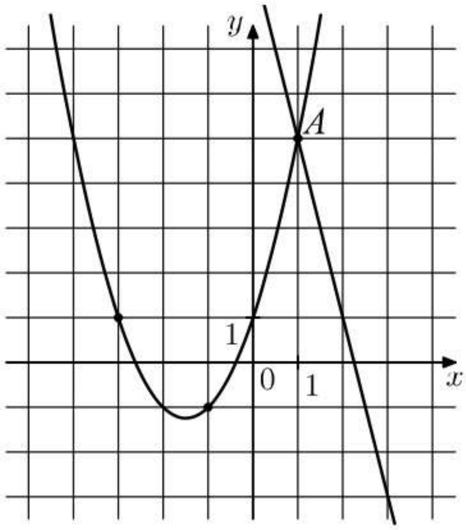
7 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1{,}6 \cdot 10^4$ Па$\cdot$м^4, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k=\dfrac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p, равном $6{,}25 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: ___________________________.

8 Феде надо решить 133 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Федя решил 7 задач. Определите, сколько задач решил Федя в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ____________________________.

10 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,4. Найдите вероятность того, что в течение года в фонаре хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: ____________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 9$ на отрезке $[3; 4]$.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $4\cos^2 x - 1 = -\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

13 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SBC проведена высота SH, а в грани SEF проведена высота SK.
а) Докажите, что прямая AD перпендикулярна плоскости SHK.
б) Найдите угол между прямыми BE и SH, если $SA = 13$, а $BC = 10$.

14 Решите неравенство $\frac{28}{\left(2^{7-x^2} - 4\right)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2} - 4} - 2 \geq 0$.

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 475 000 рублей?

16 Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Известно, что угол DAC равен 90°, а угол ACB в 2 раза больше угла ADB. Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна 180°.
а) Докажите, что $BP = 2AP$.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 8$ и точка P является серединой диагонали BD.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^{ax} \cdot 2^{x^2} < 7^{-(x+2a)}, \\ 2x^3 + x^2 + x < 2a^3 + a^2 + a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-2;1]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a. Например, $\left[\sqrt{2}\right] = 1$ и $[-3{,}4] = -4$.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\sqrt{n+2}\right] \cdot \left[\sqrt{n-2}\right] = n$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\sqrt{n+35}\right] \cdot \left[\sqrt{n-34}\right] = n$?

в) Найдите все натуральные числа n, для которых $\left[\sqrt{n+75}\right] \cdot \left[\sqrt{n-74}\right] = n$.

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

15 декабря 2021 года
Вариант МА2110212
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_______________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

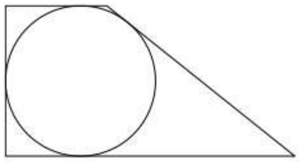
1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+7}=125^{x}$.

Ответ: ___________________________.

2 В группе туристов 20 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист З. полетит вторым рейсом вертолёта.

Ответ: ___________________________.

3 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 74, её бо́льшая боковая сторона равна 24. Найдите радиус окружности.

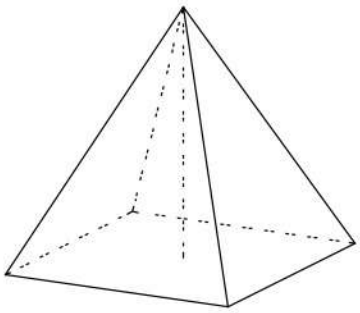


Ответ: ___________________________.

4 Найдите значение выражения $\frac{35\cos 157^\circ}{\cos 23^\circ}$.

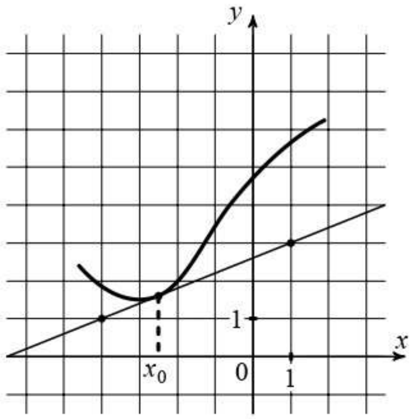
Ответ: ___________________________.

5 Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 16, а высота равна 15.



Ответ: ___________________________.

6 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

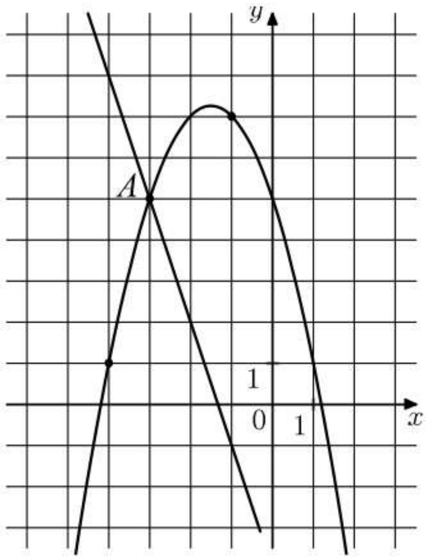
7 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 4,86 \cdot 10^5$ Па$\cdot$м^4, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k=\dfrac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p, равном $3,75 \cdot 10^6$ Па.

Ответ: ___________________________.

8 Диме надо решить 138 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Дима решил 13 задач. Определите, сколько задач решил Дима в последний день, если со всеми задачами он справился за 6 дней.

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

10 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,5. Найдите вероятность того, что в течение года в фонаре хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: ___________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 6x + 8$ на отрезке $[3; 16]$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 1 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SAB проведена высота SH, а в грани SDE проведена высота SK.
а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости SHK.
б) Найдите угол между прямыми AD и SH, если $SA = 25$, а $AB = 14$.

14 Решите неравенство $\frac{14}{\left(4^{5-x^2} - 2\right)^2} + \frac{1}{4^{5-x^2} - 2} - 4 \geq 0$.

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 575 000 рублей?

16 Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Известно, что угол DAC равен $90°$, а угол ACB в 2 раза больше угла ADB. Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна $180°$.
а) Докажите, что $BP = 2AP$.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 16$ и точка P является серединой диагонали BD.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^{ax+x}\cdot 5^{x^2} < 7^{-(x+2a+2)}, \\ 2x^3+x^2+2x < 2a^3+a^2+2a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1;2]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a, то есть наибольшее целое число, не превосходящее a. Например, $\left[\sqrt{2}\right]=1$ и $[-3{,}4]=-4$.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\sqrt{n+1}\right]\cdot\left[\sqrt{n-1}\right]=n$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\sqrt{n+25}\right]\cdot\left[\sqrt{n-24}\right]=n$?

в) Найдите все натуральные числа n, для которых $\left[\sqrt{n+65}\right]\cdot\left[\sqrt{n-64}\right]=n$.