

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №305

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

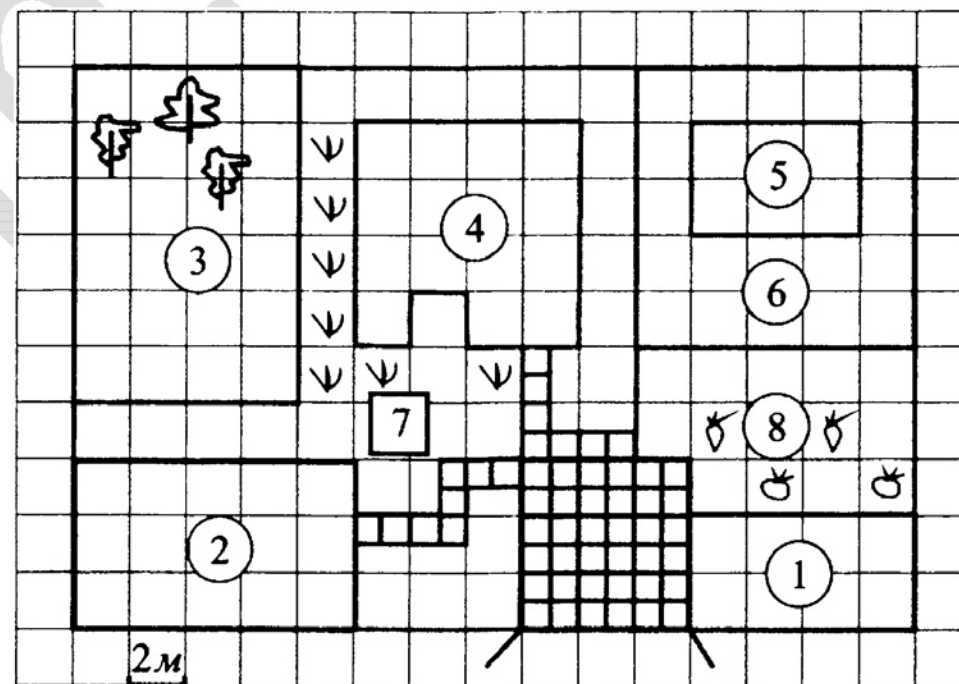
Желаем успеха!

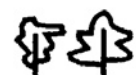
Часть 1


Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



 *фруктовые деревья*

 *огород (свёкла, морковь)*

На плане (см. рис. выше) изображён дачный участок. Сторона каждой клетки на плане соответствует 2 м. Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится мастерская хозяина дома, а справа расположен виноградник, отмеченный на плане цифрой 1. Площадь, занятая виноградником, равна 32 м^2 .

Жилой дом находится в глубине территории и обозначен на плане цифрой 4. Помимо мастерской, жилого дома и виноградника, на участке имеется площадка для отдыха с зоной для барбекю и беседкой, расположенной справа от входа в дом. На участке также растут фруктовые деревья. Около дома высажены цветы, а также расположен декоративный пруд площадью 4 м^2 с золотыми рыбками и кувшинками. Между виноградником и площадкой для отдыха находится огород.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером $50 \text{ см} \times 50 \text{ см}$. Сразу за воротами при въезде на участок расположена площадка для автомобиля площадью 36 м^2 , вымощенная такой же плиткой.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	жилой дом	пруд	беседка	мастерская
Цифры				

Ответ: _____.

2. Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку для автомобиля?

Ответ: _____.

3. Найдите периметр (в метрах) основания жилого дома.

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь, которую занимает беседка, меньше площади, которую занимает мастерская?

Ответ: _____.

5. Хозяин участка решил покрасить весь забор вокруг участка (только с внешней стороны). Площадь забора, которую необходимо покрасить, равна 244 м^2 , а купить краску можно в одном из двух ближайших магазинов. Цена и характеристики краски и стоимость доставки заказа даны в таблице.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

Номер магазина	1	2
Расход краски ($\text{кг}/\text{м}^2$)	0,27	0,33
Масса краски ($\text{кг}/\text{банка}$)	25	10
Стоимость краски ($\text{руб.}/\text{банка}$)	6 700	2 400
Стоимость доставки заказа (руб.)	800	600

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $0,45^3 - 1,45^3 - 0,45 \cdot 1,45$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\sqrt{\frac{abc}{ca^2 + ab^2 + bc^2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{2a}{b+c}} + \sqrt{\frac{2b}{c+a}} + \sqrt{\frac{2c}{a+b}} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 4

2) 3

3) 2

4) $\sqrt{3}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt[6]{4x(11+4\sqrt{6})} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2x}-2\sqrt{3x}}$ при $x = 1,35$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = 10 \\ (x+y)(xy+1) = 25 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $-x_1 + 2y_1 + 4x_2 + y_2$, где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Волейбольная сетка имеет вид прямоугольника размером 50×600 клеток.

Какое наибольшее число верёвочек можно перерезать так, чтобы сетка не распалась на куски?

Ответ: _____.

11. Функция $f(x)$ определена для всех действительных значений. Известно, что $f(2) = 0$ и при $x \neq 2$ функция удовлетворяет равенству:

$$f(x) = x \cdot f\left(\frac{2x+3}{x-2}\right) + 3.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-8)$ Б) $f(1)$ В) $f(16)$ 1) $\frac{35}{19}$

2) 1

3) $-\frac{17}{13}$

Ответ: _____.

12. Площадь трапеции S можно вычислить по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a, b – основания трапеции, h – её высота. Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a = 5, b = 3$ и $h = 6$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$(4-x^2)\sqrt{32-2x^2} \geq \sqrt{2}x^3 - 12x\sqrt{2} + 32.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $[-4; 4]$ 2) $[-4; \sqrt{6}-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{6}+\sqrt{2}; 4]$ 3) $\{2-\sqrt{6}\}$ 4) $\{\sqrt{6}-\sqrt{2}\}$

Ответ: _____.

14. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите, сколько километров прошел турист за четвёртый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 215 километров.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Найдите радиусы вписанной и невписанных окружностей треугольника со сторонами 5, 12 и 13. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

16. Три окружности, радиусы которых равны 6, 7 и 8, попарно касаются друг друга внешним образом. Найдите площадь треугольника с вершинами в центрах этих окружностей.

Ответ: _____.

17. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности, равна 72, а высота трапеции в два раза меньше её боковой стороны. Найдите радиус окружности.

Ответ: _____.

18. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ точки K и L – середины сторон AB и BC соответственно. Отрезки DK и EL пересекаются в точке N . Найдите площадь четырехугольника $KBLN$, если известно, что площадь треугольника DEN равна 2.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
- 2) Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
- 3) Все углы ромба равны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{z} = 7 \\ \sqrt{x+z} + \sqrt{y} = 7 \\ \sqrt{y+z} + \sqrt{x} = 5 \end{cases}$$

21. На сайте проводится опрос, кого из футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа.

На сайте отображалось, что рейтинг некоторого футболиста равен 5. Это число не изменилось и после того, как Вася проголосовал за этого футболиста. При каком наименьшем числе отданных за всех футболистов голосов, включая Васин голос, такое возможно?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(|x-1| - a) \\ (|x| + y)^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

Модуль «Геометрия»

23. На сторонах AB и CD четырехугольника $ABCD$ взяты точки M и N так, что $AM : MB = CN : ND$. Отрезки AN и DM пересекаются в точке K , а отрезки BN и CM — в точке L . Найдите сумму площадей треугольников ADK и BCL , если известно, что площадь четырехугольника $KMLN$ равна 4.

24. На сторонах AB и AC треугольника ABC внешним образом построены прямоугольные треугольники ABC_1 и AB_1C , причём $\angle C_1 = \angle B_1 = 90^\circ$, $\angle ABC_1 = \angle ACB_1 = \varphi$, M — середина BC . Докажите, что $MB_1 = MC_1$ и $\angle B_1MC_1 = 2\varphi$.

25. Из точки P , лежащей на описанной окружности треугольника ABC опущены перпендикуляры PA_1 и PB_1 на прямые BC и AC . Найдите косинус острого угла между прямыми A_1B_1 и BC , если известно, что $PA = 11$, а $OA = 25$, где O — центр описанной окружности треугольника ABC .