Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 155
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

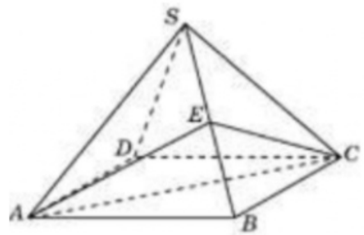
1. Найдите корень уравнения $x=\dfrac{6x-15}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

2. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

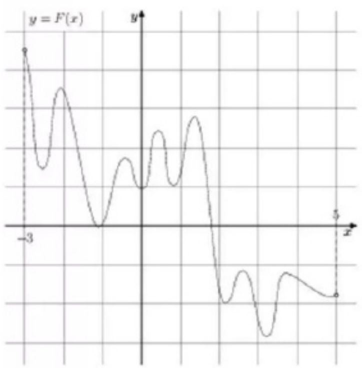
3. В треугольнике ABC угол A равен $60°$, угол B равен $82°$. AD, BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOF. Ответ дайте в градусах.

4. Найдите значение выражения $\log^4_{\sqrt{8}} 8$

5. Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 36. Точка E — середина ребра SB. Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



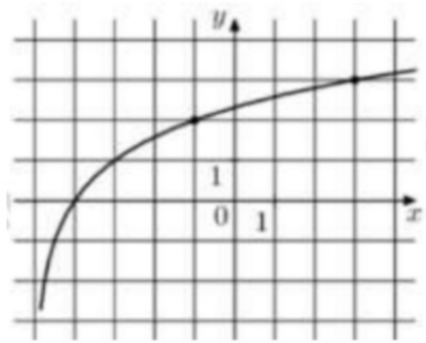
6. На рисунке изображён график функции $y=F(x)$ - одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3;5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-1;2]$.



7. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

8. Смешали некоторое количество 27-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 80-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

9. На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите значение x, при котором $f(x)=6$.



10. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стекол, вторая — 60%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

11. Найдите точку минимума функции $y=3x-\ln(x+3)^3$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$2\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)\sin x=\cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2};5\pi\right]$.

13. Проведены две параллельные плоскости по одну сторону от центра сферы на расстоянии 3 друг от друга. Эти плоскости дают в сечении две окружности, длины которых равны 18π и 24π.

а) Точка H — ортогональная проекция произвольной точки меньшей окружности на плоскость большей. Докажите, что точка H делит проходящий через неё диаметр большей окружности в отношении 1 : 7.

б) Найдите объём шара, ограниченного данной сферой.

14. Решите неравенство:

$$\frac{\log_3(9x)\cdot\log_4(64x)}{5x^2-|x|}\le 0.$$

15. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q=0,5x^2+x+7$ млн. рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу продукции годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px-q$. Завод выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

16. В полуокружности расположены две окружности, касающиеся друг друга, полуокружности и её диаметра.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах окружностей и полуокружности равен диаметру полуокружности.

б) Известно, что радиус полуокружности равен 8, а радиус одной из окружностей равен 4. Найдите радиус другой.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} ax\ge 2,\\ \sqrt{x-1}>a,\\ 3x\le 2a+11\end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3;4]$.

18. Последовательность $(a_1; a_2; \ldots; a_n; \ldots)$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ при всех натуральных n.

а) Может ли выполняться равенство $5a_5=9a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5=7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $3na_{n+1}=(n^2-1)a_n$?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 155

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		