

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 153****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

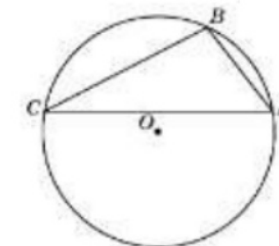
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Решите уравнение $(x-1)^3 = 8$.

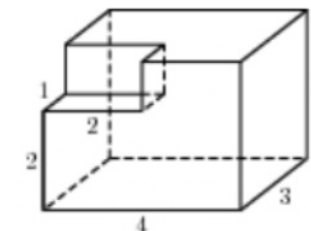
2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

3. Точки A , B , C , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как 1:3:5. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.

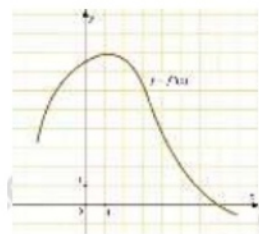


4. Найдите значение выражения $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$

5. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



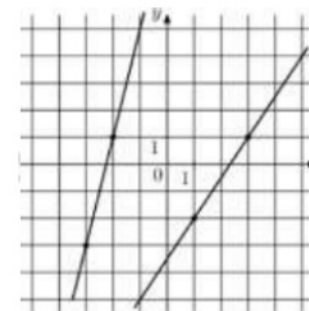
6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



7. Груз массой $0,08$ кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

8. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



10. В ящике семь красных и девять синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

11. Найдите точку минимума функции $y = (25 - x)e^{25-x}$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$(4\cos^4 x - 1)\sqrt{\sin x} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13. В треугольной пирамиде $ABCD$ двугранные углы при ребрах AD и BC равны, $AB = BD = DC = AC = 5$.

а) Докажите, что $AD = BC$.

б) Найдите объём пирамиды, если двугранные углы равны при рёбрах AD и BC равны 60° .

14. Решите неравенство:

$$\frac{3\lg(x+2)+1}{\lg^2(x+2)+\lg(x+2)} \geq 1 + \log_{x+2} 10.$$

15. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S —целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021
Долг (в млн рублей)	S	0,8S	0,6S	0,4S	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 50 млн рублей.

16. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений системы неравенств

$$\begin{cases} a \leq 3\log_3 x, \\ ax \geq 9, \\ |x-9| + |x-27| \leq 18 \end{cases}$$

является отрезок числовой прямой, длина которого равна 15.

18. Натуральные числа a , b , c и d удовлетворяют условию $a > b > c > d$.

а) Найдите числа a , b , c и d , если $a+b+c+d=15$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 27$.

б) Может ли быть $a+b+c+d=19$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 19$?

в) Пусть $a+b+c+d=1000$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1000$. Найдите количество возможных значений числа a .

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 153

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		