

1

Найдите корень уравнения $7^{-6-x} = 343$.

7377CE

$$7^{-6-x} = 7^3$$

$$-6-x = 3$$

$$-6-3 = x$$

$$x = -9$$

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Демо 2021
 Демо 2020
 Основная волна 2021
 Основная волна 2020
 Основная волна 2019
 Демо 2019
 Демо 2018
 Демо 2017
 Основная волна 2017
 Основная волна 2016
 Демо 2016
 Демо 2015
 Основная волна 2013

ОТВЕТ: - 9

2

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

eFFB3B

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 Пробный ЕГЭ 2017

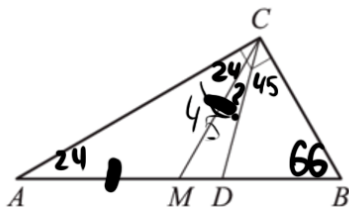
$$\begin{array}{l}
 \dots \\
 = 7 \\
 = 2 \\
 = 9 \\
 = 10 \\
 = 11 \\
 \dots
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{?} \\
 \dots
 \end{array} \right\} 0,63
 \left. \begin{array}{l}
 \dots \\
 \dots
 \end{array} \right\} 0,75$$

$$0,75 - 0,63$$

ОТВЕТ: 0 , 1 2

3

Острый угол B прямоугольного треугольника равен 66° . Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



$$\textcircled{1} \angle A = 90 - 66 = 24$$

$$\textcircled{2} \angle ACD = 45$$

$$\textcircled{3} 45 - 24 = 21$$

ОТВЕТ: 21

4

Найдите значение выражения $3\sqrt{2}\cos^2\frac{9\pi}{8} - 3\sqrt{2}\sin^2\frac{9\pi}{8}$.

↶ • ✓

A68E99

$$3\sqrt{2} \cdot \left(\cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sin^2 \frac{9\pi}{8} \right)$$

$$3\sqrt{2} \cdot \cos 2 \cdot \frac{9\pi}{8}$$

$$3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$$

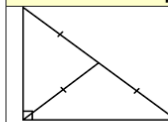
ОТВЕТ: 3

Источники:

Основная волна 2017

Основная волна 2021

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Источники:

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна 2021

Основная волна 2017

Пробный ЕГЭ 2014

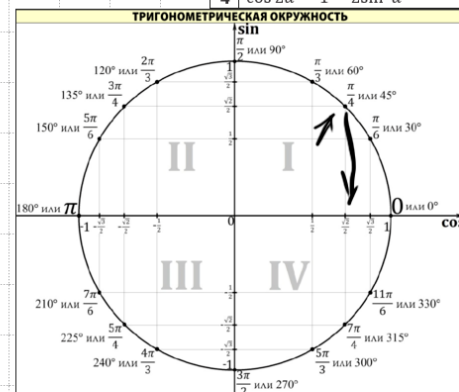
ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

3 $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

4 $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

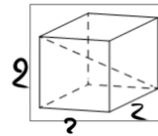
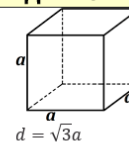


5

Введите ответ в поле ввода

Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объём.

Введите ответ

**Источники:**ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2014**ДИАГОНАЛЬ КУБА**

i Номер: 4293 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

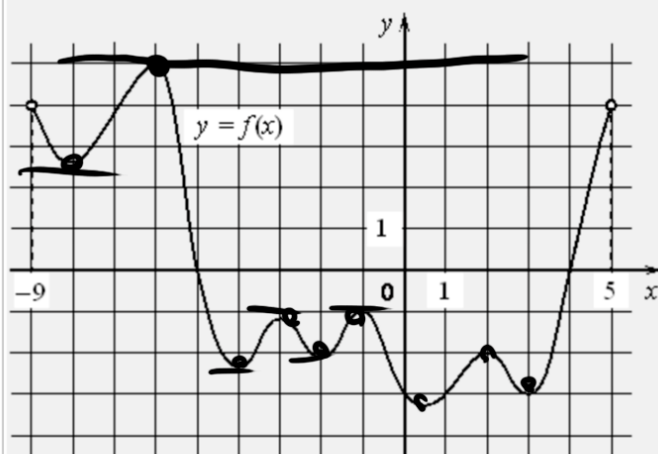
$$\sqrt{12} = \sqrt{3} \cdot a$$

$$a = \sqrt{4} = 2$$

$$V = 2^3 = 8$$

ОТВЕТ: 8

6

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

8E93FF

Источники:ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2013

ОТВЕТ: 9

7

Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 2,1 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 21$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



562145

$$t \geq 2,1$$

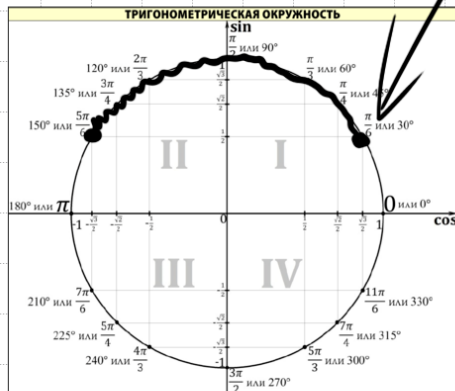
$$\frac{2 \cdot 21 \cdot \sin \alpha}{10} \geq 2,1$$

$$2 \sin \alpha \geq 1$$

$$\sin \alpha \geq \frac{1}{2}$$

$$1:2,1$$

$$1:2$$



ОТВЕТ: 30

8

На изготовление 540 деталей первый рабочий затрачивает на 12 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?



5A6244

| | Пр-ты | Время | Кол-во дет. |
|----|-------|--------------------|----------------|
| I | X | $\frac{540}{X}$ | 540 |
| II | X-10 | $\frac{600}{X-10}$ | 600 |

$$x^2 - 10x = 5x + 450$$

$$x^2 - 15x - 450 = 0$$

$$x = -15$$

$$x = 30$$

$$t_{\text{меха}} - t_{\text{детей}} = 12$$

$$\frac{600}{x-10} - \frac{540}{x} = 12$$

$$\frac{600x - 540x + 5400}{x^2 - 10x} = 12$$

$$\frac{5x + 450}{x^2 - 10x} = 12$$

$$1:12$$

ОТВЕТ: 30

Источники:

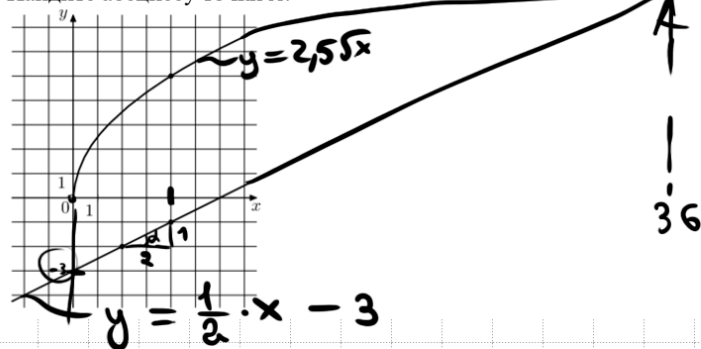
ФИПИ (старый банк)
Досрочная волна 2013

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2021
Основная волна 2018

9

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке А. Найдите абсциссу точки А.



$$2,5\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cdot x - 3$$

$$2,5t = \frac{1}{2}t^2 - 3 \quad | \cdot 2 \quad \text{Пусть } \sqrt{x} = t$$

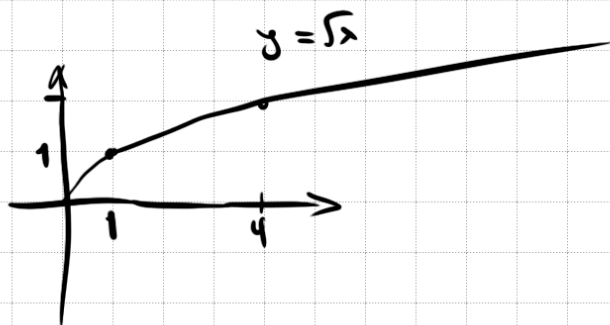
$$t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$t = 6$$

$$t = -1$$

$$\sqrt{x} = 6$$

$$x = 36$$



Источники:

Mathege

ОТВЕТ: 36

10

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Источники:

Только MATHEGE

$$P(\text{Джон промахнётся}) =$$

$$P(\text{Взять пристрелянный}) = 0,2$$

$$P(\text{промахнётся при стр.)} = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$0,04$$

$$P(\text{Взять непристрелянный}) = \frac{8}{10}$$

$$P(\text{промахнётся при стр.}) = 0,2$$

$$0,64$$

$$+$$

$$0,68$$

ОТВЕТ: 0,68

11

Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 9)^2(x + 4) - 4$ на отрезке $[7; 16]$.

7827DD

$$y = (x^2 - 18x + 81)(x + 4) - 4$$

$$y = x^3 + 4x^2 - 18x^2 - 72x + 81x + 324 - 4$$

$$y = x^3 - 14x^2 + 9x + 320$$

$$y' = 3x^2 - 28x + 9 = 0$$

$$D = 784 - 108 = 26^2$$

$$x = \frac{28 \pm 26}{6}$$

$$x = 9$$

~~$$x = \frac{28 \pm 26}{6}$$~~

$$y(7) = 40$$

$$y(9) = -4$$

$$y(16) = \dots$$

ОТВЕТ: -4

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Пробный ЕГЭ 2014

ПРОИЗВОДНЫЕ

| | |
|----|---|
| 1 | $C' = 0$ |
| 2 | $x' = 1$ |
| 3 | $(Cx)' = C$ |
| 4 | $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ |
| 5 | $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| 6 | $(U \cdot V)' = U'V + UV'$ |
| 7 | $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$ |
| 8 | $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$ |
| 9 | $(\sin x)' = \cos x$ |
| 10 | $(\cos x)' = -\sin x$ |
| 11 | $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 12 | $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| 13 | $(e^x)' = e^x$ |
| 14 | $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ |
| 15 | $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ |
| 16 | $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$ |

12

а) Решите уравнение

$$\log_2^2(x^2) - 16 \log_2(2x) + 31 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3; 6]$.

$$a) (2 \log_2 x)^2 - 16 \cdot (\log_2^2 + \log_2 x) + 31 = 0$$

$$4 \log_2^2 x - 16 - 16 \log_2 x + 31 = 0$$

Пусть $\log_2 x = t$

$$4t^2 - 16t + 15 = 0$$

$$D = 256 - 240 = 16$$

$$t = \frac{16 \pm 4}{8}$$

$$t_1 = 2,5$$

$$t = 1,5$$

$$\log_2 x = 2,5$$

$$x = 2^{2,5} = 2^2 \cdot 2^{0,5} = 4\sqrt{2}$$

$$\log_2 x = 1,5$$

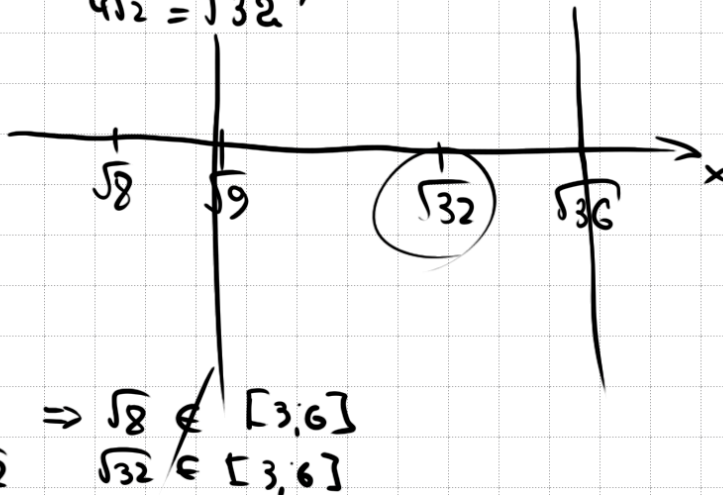
$$x = 2^{1,5} = 2^1 \cdot 2^{0,5} = 2\sqrt{2}$$

$$b) 3 = \sqrt{9}$$

$$6 = \sqrt{36}$$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

$$4\sqrt{2} = \sqrt{32}$$



ОТВЕТ:

$$a) 2\sqrt{2}; 4\sqrt{2}$$

$$b) 4\sqrt{2}$$

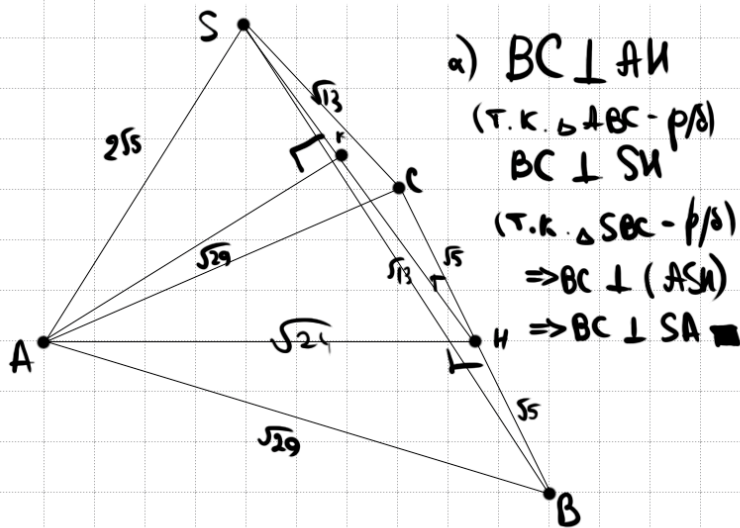
Источники:

Основная волна 2017

13

В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

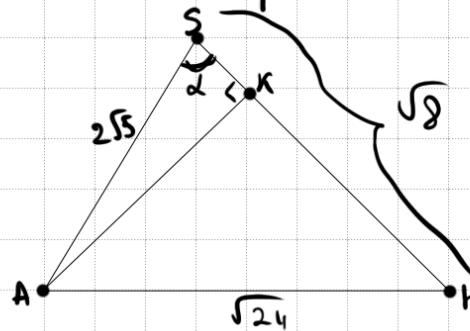
- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
- б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .



а) $BC \perp AH$
 (т.к. $\triangle ABC - p/s$)
 $BC \perp SH$
 (т.к. $\triangle SBC - p/s$)
 $\Rightarrow BC \perp (ASH)$
 $\Rightarrow BC \perp SA$ ■

б) Пусть AK - перпендикуляр
 SK - проекция SA на пл. SBC
 $\Rightarrow \angle ASK$ - искомый

② Рассмотрим $\triangle ASK$:



$$\cos \alpha = \frac{20 + 8 - 24}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{4}{8\sqrt{10}} = \frac{1}{2\sqrt{10}}$$

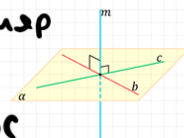
ОТВЕТ:

$$\arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{10}}\right)$$

Источники:

Досрочная волна 2019

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

Если $\begin{cases} m \perp b \\ m \perp c, \text{ то } m \perp \alpha \\ b \cap c \end{cases}$

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ (СПОСОБ #1)



Угол между прямой и плоскостью – это угол между прямой и её проекцией на плоскость

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

1 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
 2 $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

14

Задание с развернутым ответом

Решите неравенство $\log_7(2x^2 + 12) - \log_7(x^2 - x + 12) \geq \log_7\left(2 - \frac{1}{x}\right)$.

Номер: 5082

Источники:

ЕГЭ (новый банк)
 Основная волна 2018

① $\frac{2x^2 + 12}{x^2 - x + 12} \geq 2 - \frac{1}{x}$
 ② $2 - \frac{1}{x} > 0$

① $\frac{2x^2 + 12}{x^2 - x + 12} - \frac{2}{1} + \frac{1}{x} \geq 0$

$\frac{2x^3 + 12x - 2x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 24x + x^2 - x + 12}{x \cdot (x^2 - x + 12)} \geq 0$

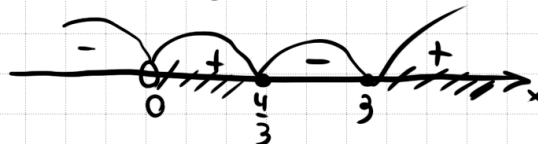
$\frac{3x^2 - 13x + 12}{x \cdot (x^2 - x + 12)} \geq 0$

ОТВЕТ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right] \cup [3; +\infty)$

Найдём нули числителя и знамен-ля.
 $3x^2 - 13x + 12 = 0$ $x \neq 0$

$D = 169 - 144 = 25$
 $x = \frac{13 \pm 5}{6}$

$x = 3$ $x = \frac{4}{3}$

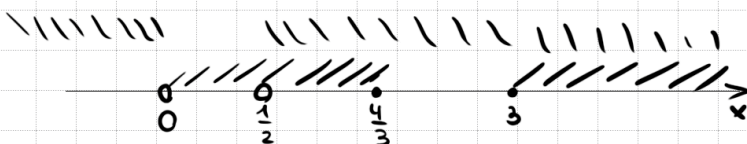


② $\frac{2}{x} - \frac{1}{x} > 0$

$\frac{2x - 1}{x} > 0$



Найдём пересечение:



15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1000000 рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 — 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
 — к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.
 Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2018
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)

Номер: 5197

Пусть $(1 + \frac{r}{100}) = b$

7 число - день платежа

Дата Сумма долга

| | |
|---------|--------------------------|
| 15 дек | 1000 тыс |
| 1 ян | 1000 · b |
| 7 ян | ⇒ была выпл. 1000b - 960 |
| 15 ян | 1000 - 40 = 960 |
| 1 фев | 960 · b |
| 7 фев | ⇒ б.в. 960b - 920 |
| 15 фев | 920 |
| 1 март | 920 · b |
| 7 март | ⇒ б.в. 920b - 880 |
| 15 март | 1000 - 3 · 40 = 880 |

1000 тыс

| | |
|--------|------------------------------|
| 1 ян | 240 · b |
| 7 ян | ⇒ б.в. 240b - 200 |
| 15 ян | 1000 - n · 40 = 200 ⇒ n = 20 |
| 1 фев | 200 · b |
| 7 фев | ⇒ б.в. 200b |
| 15 фев | 0 |

Найти сумму первых 20 выплат, используя Ф-лу $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

O.C.B. = 1378

$$\frac{(1000b - 960 + 240b - 200) \cdot 20}{2} + 200b = 1378$$

$$12400b - 11600 + 200b = 1378$$

$$12600 \cdot b = 12978$$

$$b = 1,03$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,03$$

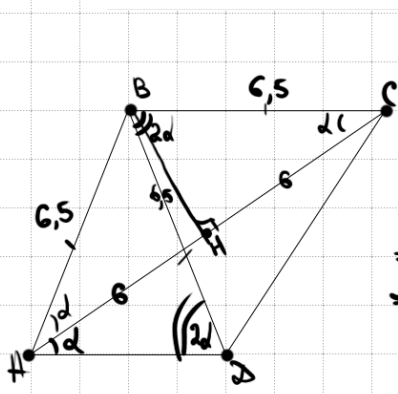
$$r = 3$$

ОТВЕТ: 3

Дана трапеция ABCD с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.

- Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD.
- Найдите CD, если известны диагонали трапеции: AC = 12 и BD = 6,5.

ФИПИ (старый банк)
 СтатГрад 26.01.2017



а) Пусть $\angle CAD = d$
 Тогда $\angle ACB = d$ (накрест. лежащие)
 $\triangle ABC$ — р/б.
 $\Rightarrow \angle BAC = d = \angle ACB$
 $\Rightarrow AC$ — биссектриса $\angle BAD$

б) ① $\angle ADB = 2d = \angle BAD$
 $\angle CBD = 2d = \angle ADB$ (накрест. лежащие)

② из $\triangle ABK$:

$$\cos d = \frac{6}{6,5} = \frac{12}{13}$$

$$\cos 2d = 2\cos^2 d - 1 = 2 \cdot \frac{144}{169} - 1 = \frac{119}{169}$$

③ $\triangle BCD$: по т. кос:

$$CD = \sqrt{\left(\frac{13}{12}\right)^2 + \left(\frac{13}{12}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{13}{12}\right)^2 \cdot \frac{119}{169}} = 5.$$

ОТВЕТ: 5

$$|x^2 - 4x + a - 5| \leq 10$$

выполняется для всех $x \in [a - 5; a]$.



$$\begin{cases} -10 \leq x^2 - 4x + a - 5 \leq 10 \\ a - 5 \leq x \leq a \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10 \leq x^2 - 4x + a - 5 \\ x^2 - 4x + a - 5 \leq 10 \\ a - 5 \leq x \\ x \leq a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -x^2 + 4x - 5 \\ a \leq -x^2 + 4x + 15 \\ a \leq x + 5 \\ a \geq x \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$Q_0(1) = -1$$

$$Q_0(2) = 19$$

ОТВЕТ:

$$\left[3; \frac{3 + \sqrt{69}}{2} \right]$$

Найдем ординату точки B:

$$a = -x^2 + 4x + 15 \quad a = x$$

$$-x^2 + 4x + 15 = x$$

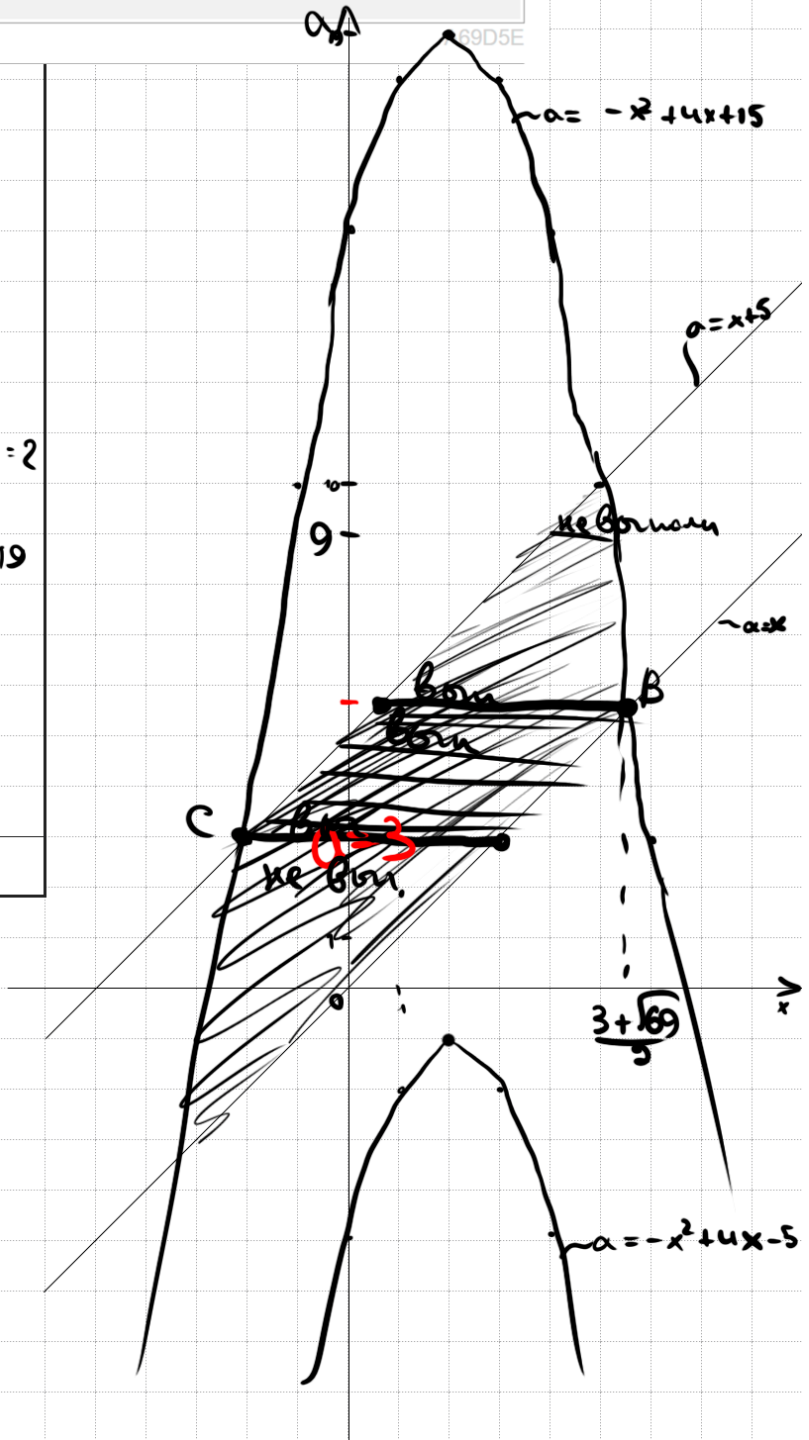
$$x^2 - 3x - 15 = 0$$

$$D = 9 + 60 = 69$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{2}$$

$$x_B = \frac{3 + \sqrt{69}}{2}$$

$$a_B = \frac{3 + \sqrt{69}}{2}$$



На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

а) Приведите пример последовательных 5 ходов.

б) Можно ли сделать 10 ходов?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2016

9B91D0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

а) 34 1-12-21
33 2-11-20
32 3-10-19
31 4-9-18
30 5-8-17

т.е. мы стёрли больше, чем у нас было, это невозможно

б) Сделаем 6-ой ход в продолжении пункта а)
6-7-13

д) За 10 ходов будет стёрто $\frac{1+30}{2} \cdot 10 = 465$

Можно ли сделать 7 ходов?

За 10 ходов троек могут быть следующие:

34 33 32 31 30 29 28 27 26 25
⇒ будет стёрто $\leq \frac{34+25}{2} \cdot 10 = 295$

① После 7 ходов мы стёрли 7 троек

34 33 32 31 30 29 28
стёртые 7 троек $\leq \frac{34+28}{2} \cdot 7$
стёртые 7 троек ≤ 217

② После 7 ходов мы стёрли 7 троек

$\frac{1+21}{2} \cdot 7 \leq$ стёртые 7 троек

$231 \leq$ стёртые 7 троек

⇒ $231 \leq$ стёртые 7 троек ≤ 217

, что невозможно

⇒ 7 и более ходов быть не могут

ОТВЕТ: а) привели
б) нет
в) 6.