Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $\left(x^2-9\right)^2+\left(x^2+x-6\right)^2=0$.

Решение.

Поскольку $\left(x^2-9\right)^2\geq 0$ и $\left(x^2+x-6\right)^2\geq 0$, решениями исходного уравнения являются общие решения уравнений $x^2-9=0$ и $x^2+x-6=0$.

Уравнение $x^2-9=0$ имеет корни -3 и 3.

Уравнение $x^2+x-6=0$ имеет корни -3 и 2.

Значит, решением исходного уравнения является $x=-3$.

Ответ: -3.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Региональная оценка качества образования 2022 Математика. 9 класс Вариант 9054

21 Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 48 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 168 км, скорость первого велосипедиста равна 15 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

Решение.

За то время, пока первый велосипедист делал остановку, второй велосипедист проехал $30\cdot\frac{48}{60}=24$ (км). Всё остальное время они одновременно находились в пути, значит, второй велосипедист за это время проехал $\frac{144}{15+30}\cdot 30=96$ (км). Таким образом, суммарно он проехал 120 км.

Ответ: 120 км.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

22 Постройте график функции

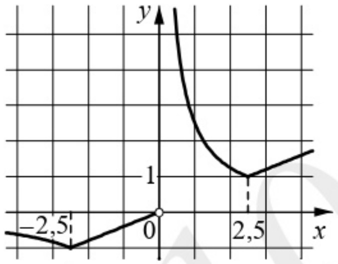
$$y=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{2,5}-\frac{2,5}{x}\right|+\frac{x}{2,5}+\frac{2,5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{2,5}-\frac{2,5}{x}$ неотрицательно при $-2,5\le x<0$ и $x\ge 2,5$, а при $x<-2,5$ и $0<x<2,5$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y=\frac{x}{2,5}$ при $-2,5\le x<0$ и $x\ge 2,5$ и график функции $y=\frac{2,5}{x}$ при $x<-2,5$ и $0<x<2,5$.



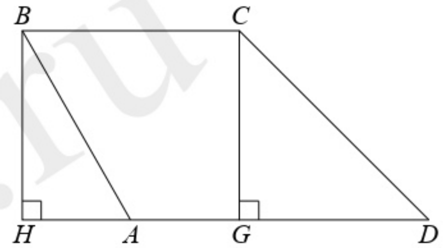
Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m=1$ или $m=-1$.

Ответ: $m=1$; $m=-1$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135°, а $CD=24$.

Решение.



Проведём перпендикуляры BH и CG к прямой AD.
В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 45°, следовательно,

$$CG=CD\cdot\cos 45^\circ=12\sqrt{2}.$$

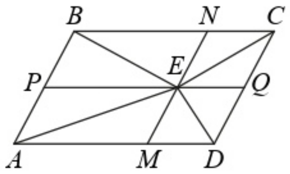
В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH=CG=12\sqrt{2}$, а угол ABH равен 30°. Значит, $AB=\frac{BH}{\cos 30^\circ}=\frac{12\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=8\sqrt{6}$.

Ответ: $8\sqrt{6}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.



Проведём через точку E прямые MN и PQ, параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки EA, EB, EC, ED являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.

Пусть площади треугольников BEN, CEN, AEM и DEM равны S_1, S_2, S_3, S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

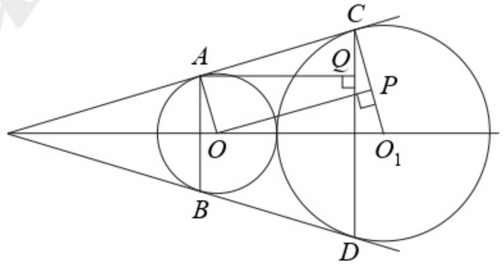
$$2\left(S_1+S_2+S_3+S_4\right),$$

а сумма площадей треугольников BEC и AED равна $S_1+S_2+S_3+S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25 Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Решение.



Пусть O и O_1 — центры первой и второй окружностей соответственно (см. рис.). Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 135.

Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности. Тогда $O_1P=O_1C-PC=O_1C-OA=90-45=45$.

Из прямоугольного треугольника OPO_1 находим, что $OP^2=16200$, а так как четырёхугольник $AOPC$ — прямоугольник, $AC=OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD, тогда

$$\angle O_1OP=90^\circ-\angle OO_1P=\angle O_1CD=90^\circ-\angle ACQ=\angle CAQ.$$

Прямоугольные треугольники AQC и OPO_1 подобны по острому углу, поэтому $\frac{AQ}{AC}=\frac{OP}{OO_1}$. Следовательно, $AQ=\frac{OP\cdot AC}{OO_1}=\frac{OP^2}{OO_1}=120$.

Ответ: 120.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*