

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x+2)x^2 = 9(x+2); (x+2)(x^2 - 9) = 0,$$

откуда $x = -2$, $x = -3$ или $x = 3$.

Ответ: -3 ; -2 ; 3 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

21

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 26 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть скорость течения равна u км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{165}{26-u} + \frac{165}{26+u} = 13;$$

$$4290 + 165u + 4290 - 165u = 8788 - 13u^2;$$

$$u^2 = 16,$$

откуда $u = 4$.

Ответ: 4 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{при } x \geq -1, \\ -\frac{2}{x} & \text{при } x < -1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

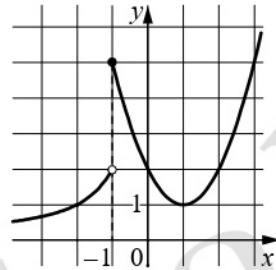
Решение.

Построим график функции $y = -\frac{2}{x}$ при $x < -1$

и график функции $y = x^2 - 2x + 2$ при $x \geq -1$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $0 < m < 1$ и при $m > 5$.

Ответ: $0 < m < 1$; $m > 5$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 13$.

Решение.



Угол PBK опирается на дугу PK и равен 90° , а значит, PK — диаметр, откуда получаем, что $BH = PK = 13$.

Ответ: 13.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

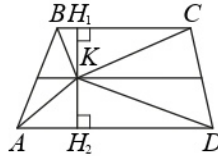
Проведём через точку K высоту H_1H_2 трапеции.

По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $KH_1 = KH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BKC и AKD равна

$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.

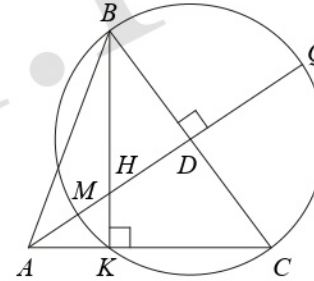


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 80$, $MD = 64$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Решение.

Пусть окружность с диаметром BC вторично пересекается с прямой AC в точке K (см. рисунок). Поскольку BK — высота остроугольного треугольника ABC , точка K лежит на стороне AC , а точка H лежит на отрезке BK .



Продолжим высоту AD за точку D до пересечения с окружностью в точке Q . Тогда $DQ = MD = 64$. По следствию из теоремы о касательной и секущей

$$AK \cdot AC = AM \cdot AQ = 16 \cdot 144 = 2304.$$

Из подобия прямоугольных треугольников AKH и ADC следует, что

$$\frac{AK}{AH} = \frac{AD}{AC},$$

откуда $AK \cdot AC = AD \cdot AH = 80AH$.

Значит, $80AH = 2304$. Следовательно, $AH = 28,8$.

Ответ: 28,8.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл