

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 299

Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

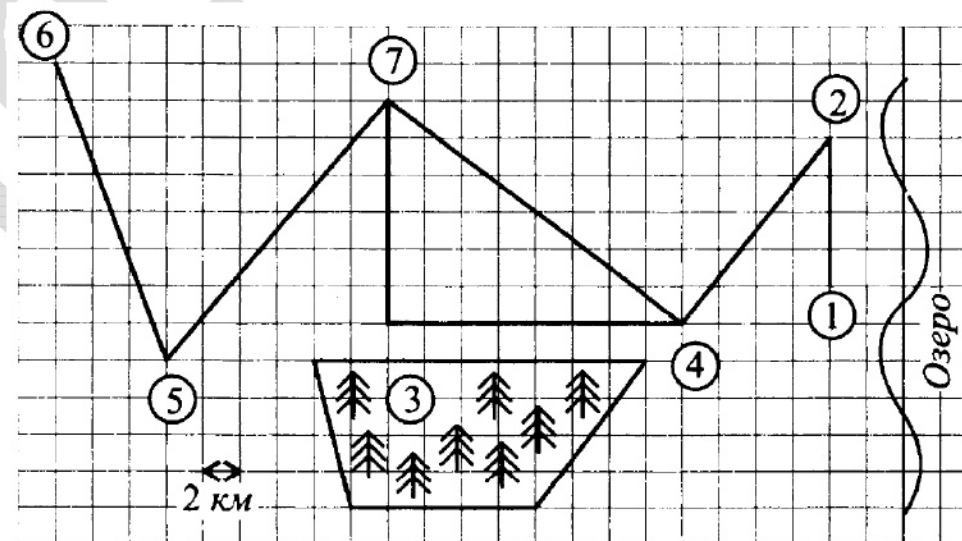
**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Студенты строительного колледжа, участвующие в волонтерском движении, решили во время летних каникул объединиться и создать бригаду помощи проживающим в сельской местности людям. В штабе волонтерского движения они получили запросы людей и их адреса, наметили маршрут, представленный на схеме (см. рис. выше). Длина стороны одной клетки на карте соответствует 2 км.

Ребята планируют на велосипедах добраться от города Белкин, обозначенного на схеме цифрой 6, до посёлка Лебедь, расположенного на берегу озера, за 5 дней, обосноваться недалеко от посёлка на туристической базе (обозначена на схеме

цифрой 1), принять участие в экологической акции по очистке прибрежной полосы от мусора, а затем в течение нескольких дней отдохнуть на озере. Ребята собираются выехать утром и в первый день добраться до хутора Заячий, где живёт участник войны Тимофей Семёнович.

Пожилому человеку студенты везут продукты и стройматериалы для ремонта забора и крыльца. Они планируют закончить ремонт к середине следующего дня и сразу после этого отправиться в соседнюю деревню Малиновка, где их ждёт многодетная семья Таисии Матвеевны. Всем четверым ребятишкам – детям Таисии Матвеевны – волонтеры везут подарки. В планах волонтеров за вечер дня приезда и утро следующего дня отремонтировать вышедший из строя насос, который качает воду из колодца, а также починить сарай. На третий день, ближе к обеду, ребята наметили выезд в соседнюю деревню Мятная, обозначенную цифрой 4.

По совету хозяйки дома они хотят посетить старинную усадьбу, расположенную в лесу, поэтому выбрали не короткую дорогу, а длинную, зато более интересную. В деревне Мятная живёт бабушка Мария Григорьевна, для неё волонтеры захватят аппарат для измерения давления, глазные капли, мазь для спины, а также продукты. Студенты намерены задержаться у Марии Григорьевны, чтобы помочь перенести и сложить в поленницу дрова, которые привезут во второй половине следующего дня.

**1.** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	пос. Лебедь	усадьба	д. Малиновка	д. Мятная
Цифры				

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Найдите площадь (в км<sup>2</sup>), которую занимает лес.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Ребята решили, что нужно взять в поездку зелёный и чёрный чай в пакетиках. Максиму поручили купить чай на всех. В компании десять человек. В день расходуется 3 пакетика чая на одного человека. Сколько пачек зелёного чая должен купить Максим, если поездка продлится 7 дней? В каждой пачке 25 пакетиков чая. Семеро пьют только зелёный чай, а трое – только чёрный.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** На сколько километров короче прямая дорога из деревни Малиновка в деревню Мятная, чем дорога вдоль леса со старинной усадьбой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Таисия Матвеевна планирует удлинить свою теплицу с покрытием из поликарбоната, увеличив её площадь. Она посетила сайт интернет-магазина «Комфорт» и магазин стройматериалов «Шуруп», расположенный в районном центре, чтобы узнать цены и условия покупки. Таисия Матвеевна выяснила, что можно как приобрести готовые комплекты удлинения с поликарбонатом или без него, так и купить комплектующие по отдельности.

В первый комплект удлинения с поликарбонатом входят:

- основание удлиняющего блока и верхние направляющие;
- дуги удлиняющего блока – 3 штуки;
- лист поликарбоната размером 2100 мм × 1000 мм × 3 мм;
- крепёж и саморезы;
- инструкция по сборке.

Второй комплект содержит такие же детали за исключением листа поликарбоната.

Помимо перечисленных в комплекте деталей, Таисия Матвеевна планирует установить дополнительную форточку для проветривания и приобрести второй лист поликарбоната такого же размера, как и в комплекте, взамен треснувшего.

Цены на продукцию магазинов и срок доставки из интернет-магазинов даны в таблице (см. ниже). Листы поликарбоната можно купить любого размера.

Таисию Матвеевну не устраивают сроки доставки из интернет-магазина, и она решила приобрести нужные товары в магазине «Шуруп». Она готова потратить на покупку не более 11 000 рублей и при этом купить самый дорогой из возможных набор деталей для удлинения и ремонта теплицы, который может себе позволить. Сколько рублей Таисия Матвеевна потратит на покупку.

Наименование товара	Цена в магазине «Шуруп» (руб.)	Цена в магазине «Комфорт» (руб.)	Срок доставки из магазина «Комфорт» (дни)
Комплект (с поликарбонатом)	8 924	8 900	5
Комплект (без поликарбоната)	5 790	5 500	5
Дуги (3 шт.)	2 190	2 013	8
Верхние направляющие и основание	990	870	4
Крепёж и саморезы	250	220	3
Форточка	1 100	808	10
Поликарбонат вида А (1 м <sup>2</sup> )	140	26	5
Поликарбонат вида Б (1 м <sup>2</sup> )	236	218	5
Поликарбонат вида В (1 м <sup>2</sup> )	264	227	5
Поликарбонат вида Г (1 м <sup>2</sup> )	340	350	5

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\left(\frac{3+2\sqrt[4]{5}}{3-2\sqrt[4]{5}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5}-1}{\sqrt[4]{5}+1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Пусть  $a, b, c$  – действительные неотрицательные числа. Причём  $a+b+c=3$ . Найдите наибольшее значение выражения:

$$abc(a^2 + b^2 + c^2).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 3

2) 4

3) 5

4) 6

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\left(\frac{1+x+x^2}{2x+x^2} + 2 - \frac{1-x+x^2}{2x-x^2}\right)^{-1} (5-2x^2)$  при  $x = \sqrt{3,92}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3 \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6 \end{cases}$$

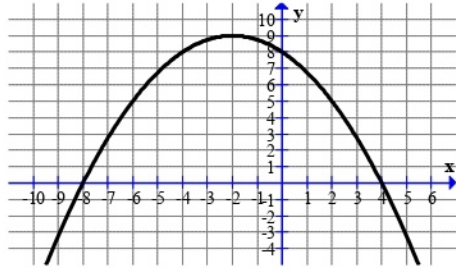
В ответе запишите значение выражения  $-2x_1 + 5y_1 - x_2 + 3y_2$ , где  $(x_i; y_i)$  – корни этого уравнения, причём  $x_i < x_{i+1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. В строку выписаны 40 знаков: 20 крестиков и 20 ноликов. За один ход можно поменять местами любые два соседних знака. За какое наименьшее количество ходов можно гарантированно добиться того, чтобы какие-то 20 стоящих подряд знаков оказались крестиками?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11.** На рисунке изображён график функции вида  $y = f(x) = \frac{x^2}{a} + bx + c$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.

А)  $f(-18)$ Б)  $f(-17)$ В)  $f(17)$ 

1)  $\frac{189}{4}$

2)  $-55$

3)  $\frac{325}{4}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12.** Среднее квадратичное трёх чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  вычисляется по формуле

$$q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}}.$$

Найдите среднее квадратичное чисел  $\sqrt{3}$ , 3 и 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13.** Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt[3]{2}(x^3 + 3x + 1) \geq 5 \left( \sqrt[3]{5x - 1 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5x^2 - 2x + 1}} - \sqrt[3]{1 - 5x + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5x^2 - 2x + 1}} \right).$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1)  $[0; 2]$

2)  $\left[ -\frac{\sqrt{5}+1}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right] \cup [1; +\infty)$

3)  $\left[ 0; \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right]$

4)  $[1; 3]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 14.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 99 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 7 метров туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 9 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

- 15.** Сторона треугольника равна  $2\sqrt{7}$ , а две другие стороны образуют угол в  $30^\circ$  и относятся как  $1:2\sqrt{3}$ . Найдите меньшую сторону этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

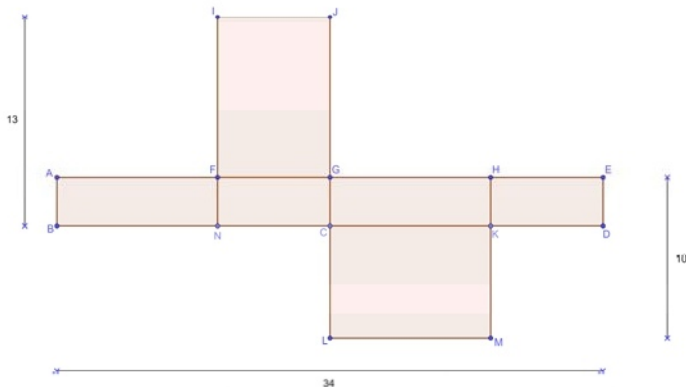
- 16.** Даны две параллельные прямые на расстоянии, равном 15, одна от другой; между ними дана точка  $M$  на расстоянии, равном 3, от одной из них. Через точку  $M$  проведена окружность, касающаяся обеих прямых. Найдите расстояние между проекциями центра и точки  $M$  на одну из данных прямых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17.** Расстояния от концов диаметра окружности до некоторой касательной равны 6 и 10. Найдите радиус окружности.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** Была коробка в виде прямоугольного параллелепипеда. Её разложили. Если смотреть сверху, получилась плоская фигура в виде шести прямоугольников (см. рис.). Известно, что  $JC = 13$ ,  $BD = 34$ ,  $MH = 10$ . Найдите объём коробки.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Все хорды одной окружности равны между собой.
- 2) Треугольника со сторонами 3, 5, 9 не существует.
- 3) Все углы прямоугольника равны.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

#### Модуль «Алгебра»

**20.** Решите в действительных числах уравнение:

$$(1-x^2)\sqrt{1-x^4} = x^3.$$

**21.** Натуральные числа  $a, b, c, d$  удовлетворяют условию  $a > b > c > d$ . Пусть  $a + b + c + d = 1000$  и  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1000$ . Найдите количество возможных значений числа  $a$ .

**22.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|a-2|x^4 - 2ax^2 + |a-12| = 0$$

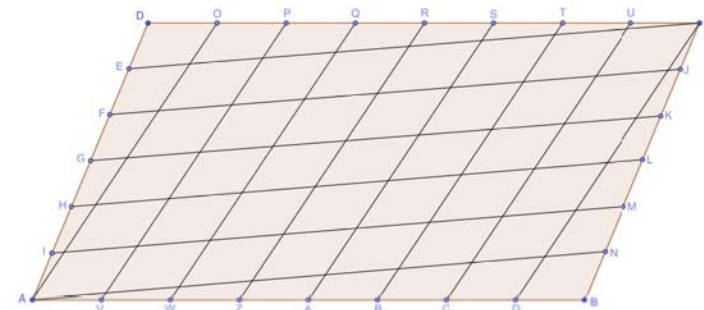
имеет хотя бы два различных действительных корня.

#### Модуль «Геометрия»

**23.** В окружность вписан четырехугольник  $ABCD$ , диагонали которого перпендикулярны.  $P$  – точка пересечения диагоналей. Прямая, проведённая из точки  $P$  перпендикулярно  $BC$ , пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ . Найдите  $DM$ , если известно, что  $AM = 20$ .

**24.** Прямые, касающиеся окружности в точках  $A$  и  $B$ , пересекаются в точке  $M$ , а прямые, касающиеся той же окружности в точках  $C$  и  $D$ , пересекаются в точке  $N$ , причём  $NC \perp MA$  и  $ND \perp MB$ . Докажите, что  $AB \perp CD$  или  $AB \parallel CD$ .

**25.** Стороны  $AB$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  площади 470 разбиты на 8 равных частей,  $AD$  и  $BC$  — на 6 равных частей. Точки деления соединены так, как показано на рисунке.



Чему равны площади образовавшихся при этом маленьких параллелограммов?