

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

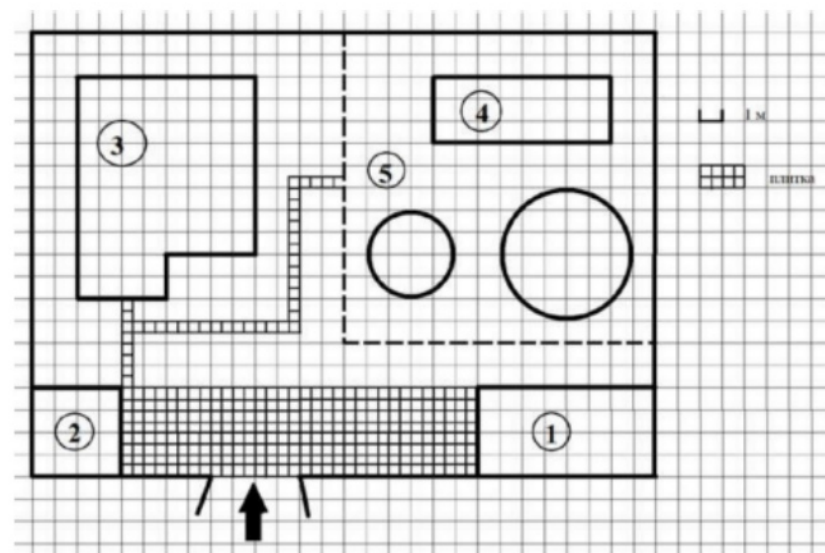
- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Кондратьево, 2-й Прудовой пер, д. 7 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа гараж. Площадь, занятая сараем, равна 16 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеются теплица и две круглые клумбы, расположенные на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 0,5 м × 0,5 м. Между сараем и гаражом имеется площадка, вымощенная той же плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	теплица	гараж	сарай
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Вычислите примерно площадь, которую занимают две клумбы вместе. Число π возьмите равным 3,14.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	12,48	8000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	14,68	5000	Доставка со скидкой 50%, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

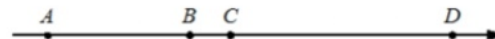
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{4} + \frac{37}{20}$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,1032; -0,031; -0,01; -0,104.



Какой точке соответствует число -0,031?

- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$4^{3x+2} : 64^x : x$$

при $x = \frac{8}{9}$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$x + \frac{x}{7} = -8.$$

Ответ: _____.

10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ		
А) $y = \frac{12}{x}$	Б) $y = -\frac{12}{x}$	В) $y = -\frac{1}{12x}$
ГРАФИКИ		
1)	2)	3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно 289 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0,3 \geq 1. \end{cases}$$

-
-
-
-

Ответ:

14 В 11:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 21:00 того же дня часы отставали на двадцать минут. На сколько минут отставали часы спустя 24 часа после того, как они сломались?

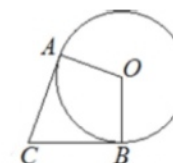
Ответ: _____.

15 Один из углов параллелограмма равен 96° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O – центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



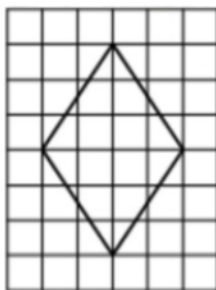
Ответ: _____.

- 17 Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0.$$

- 21 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен $3,6$, а $AB = 8$.

- 24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

- 25 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 49 и 21 , а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 20$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	3412		
2	60		
3	40,82		
4	72		
5	57920		
6	2,1		
7	2		
8	18		
9	-7		
10	0,2		
11	231		
12	4		
13	2		
14	48		
15	84		
16	97		
17	18		
18	12		
19	13		
20	$\frac{1}{3}; 1$		
21	61,6		
22	-3,25; -3; 3		
23	10		
24	■		
25	25		

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$. E5318F

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x} - 3 = 0$$

Пусть $\frac{1}{x} = t$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$\frac{1}{x} = 1$$

$$x = 1$$

$$t_2 = -3$$

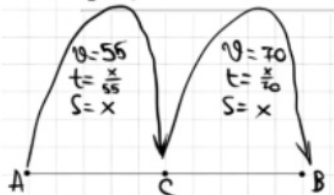
$$\frac{1}{x} = -3$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $-\frac{1}{3}; 1$

21 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. B6DA9F



$$v_{cp} = \frac{x + x}{\frac{x}{55} + \frac{x}{70}} = \frac{2x}{\frac{125x}{255}} = \frac{2 \cdot 255}{125} = \frac{510}{125} = \frac{308}{5} = 61,6$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены опечатки или ошибки вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

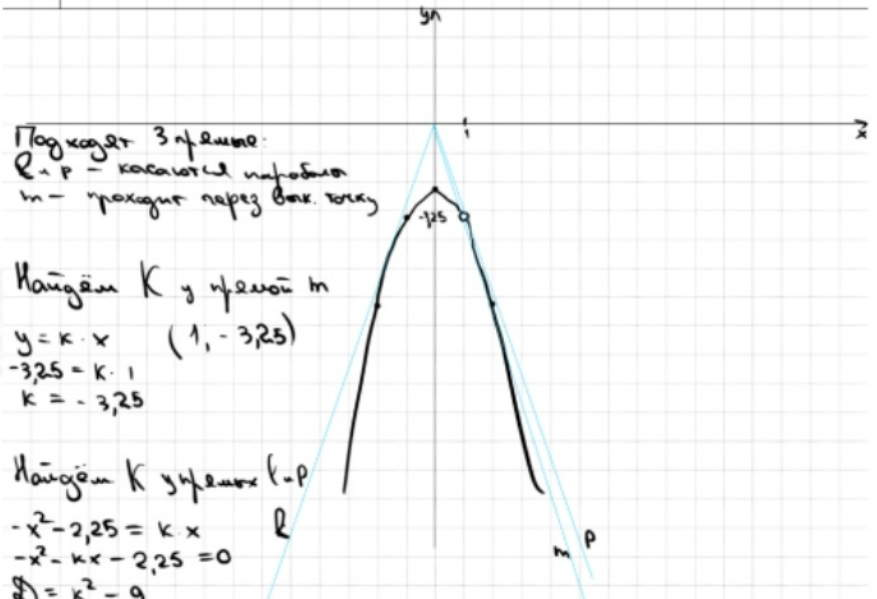
ОТВЕТ: 61,6

22 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. F8D9E6

ОДЗ: $x \neq 1$

Получим: $y = -x^2 - 2,25$

x	-2	-1	0	1	2
y	-6,25	-3,75	-2,25	-3,75	-6,25



Получает 3 прямые:
 l - касательная параболы
 m - проходит через точку

Найдём k у прямой m
 $y = k \cdot x$ (1, -3,25)
 $-3,25 = k \cdot 1$
 $k = -3,25$

Найдём k у прямой l
 $-x^2 - 2,25 = kx$
 $-x^2 - kx - 2,25 = 0$
 $D = k^2 - 9$
 Прямые l и p явл. касательными только если $D = 0$
 $k^2 - 9 = 0$
 $k = \pm 3$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены все возможные значения параметра
1	График построен верно, но возможные значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $-3,25; \pm 3$

23 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен $3,6$, а $AB = 8$.

Свойство касательной и секущей
 $AD^2 = AB \cdot AC$

по св-ву кас и сек.
 $AB^2 = AD \cdot AC$
 $8^2 = AD \cdot (3,6 + AD)$
 Пусть $AD = x$
 $64 = 3,6x + x^2$
 $x^2 + 3,6x - 64 = 0 \quad | \cdot 10$
 $10x^2 + 36x - 640 = 0$

$D = 324 + 6400 = 6724 = 82^2$
 $x = \frac{-18 \pm 82}{10}$
 $x = 6,4$
 $AC = 6,4 + 3,6 = 10$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 10

24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Построим в с.р. PO и MK

$\frac{S_{BEC} + S_{AED}}{S_{ABCD}} = \frac{a+b+c+d}{2a+2b+2c+2d} = \frac{1}{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 49 и 21 , а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 20$.

① $\angle AED = 180^\circ - \angle A - \angle D = 90^\circ$

② $\triangle BCE \sim \triangle ADE$
 $\frac{49^2}{21^2} = \frac{20 + BE}{BE}$
 $7BE = 60 + 3BE$
 $BE = 15$

③ $OF = KE = 10 + 15 = 25$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 25

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.