

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 298

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображена схема метро в городе N. Станция Листопадная расположена на кольцевой ветке между Мечтательной и Тихим садом. Кольцевая ветка имеет форму окружности, на ней находятся ещё Корабликовая и Космическая

станции. Возвышенная станция – соседняя с Мечтательной. Между Возвышенной и Апрельской расположена станция Роста. Несколько станций в метрополитене, а именно: Апрельская, Лирическая и Ностальгическая, являются конечными, от них поезда идут только в одну сторону. Рядом с Ностальгической находится Задумчивая станция. Петя живёт рядом со станцией Новаторской.

1. Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Станции	Задумчивая	Новаторская	Космическая	Станция Роста
Цифры				

Ответ: _____.

2. Бригада меняет рельсы на участке между станциями Ностальгическая и Задумчивая протяжённостью 3,2 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 400 метров. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд между указанными станциями?

Ответ: _____.

3. Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Старым городским районом. Найдите его площадь S (в км²), если длина кольцевой ветки равна 14 км. В ответе укажите значение выражения $S \cdot \pi$.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (по железной дороге) между станциями Роста и Возвышенной, если расстояние между Мечтательной и Апрельской равно 9 км, расстояние от станции Мечтательной до станции Роста равно 5,5 км, а от Возвышенной до Апрельской – 6,2 км. Все расстояния даны по железной дороге. Ответ выразите в км.

Ответ: _____.

5. Школьник Петя в среднем за месяц совершает 55 поездок на метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна (см. таблицу ниже). По истечении месяца Петя уедет из города к бабушке в деревню и неиспользованные карточки обнулятся. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант?

Количество поездок	Стоимость карточки (руб.)	Дополнительные условия
1	60	школьникам скидка 10%
10	500	школьникам скидка 15%
30	1 200	–
не ограничено	2 500	–

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\sqrt{2}+3}} - \frac{\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}-3}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{\sqrt{5a^2 + 12ab + 7b^2} + \sqrt{5b^2 + 12bc + 7c^2} + \sqrt{5c^2 + 12ca + 7a^2}}{a + b + c}$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 7

2) 6

3) 5

4) $2\sqrt{6}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{x-1}{x^4+x^2} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}+1} \cdot x^{\frac{1}{4}}+1$ при $x = 7921$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных систему уравнений:

$$\begin{cases} xy(x+1)(y+1) = 72 \\ (x-1)(y-1) = 2 \end{cases}$$

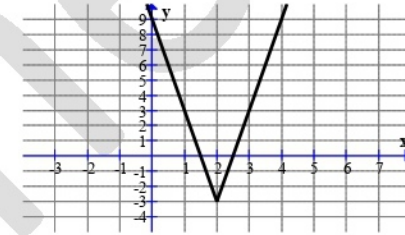
В ответе запишите значение выражения $4x_1 + 5y_1 + 4x_2 + 5y_2 - 5x_3 + 2y_3 + x_4 - y_4$, где $(x_i; y_i)$ – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В сериале «Тайна Санта-Барбары» участвует 20 героев. Каждую серию происходит одно из событий: некоторый герой узнаёт Тайну, некоторый герой узнаёт, что кто-то знает Тайну, некоторый герой узнаёт, что кто-то не знает Тайну. Какое наибольшее число серий может продолжаться сериал?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $y = f(x) = a|bx+c|+d$, где a, b, c, d – целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.

А) $f(-45)$ Б) $f(-13)$ В) $f(37)$

1) 87

2) 207

3) 279

Ответ: _____.

12. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 50$, $n = 1400$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} |x^3 - 2x^2 + 2| \geq 2 - 3x \\ 5 + 3\sqrt{1-x^2} \geq x + 4\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1+x} \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) нет решений 2) $\left(-\infty; \frac{1-\sqrt{17}}{2}\right] \cup [0; +\infty)$
- 3) $\left[0; \frac{3+8\sqrt{6}}{25}\right]$ 4) $\left[-1; \frac{3+8\sqrt{6}}{25}\right]$

Ответ: _____.

14. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 9 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 45 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Окружность радиуса $9\sqrt{2}$, построенная на большем основании AD трапеции $ABCD$ как на диаметре, касается меньшего основания BC в точке C , а боковой стороны AB — в точке A . Найдите длину диагонали AC трапеции $ABCD$.

Ответ: _____.

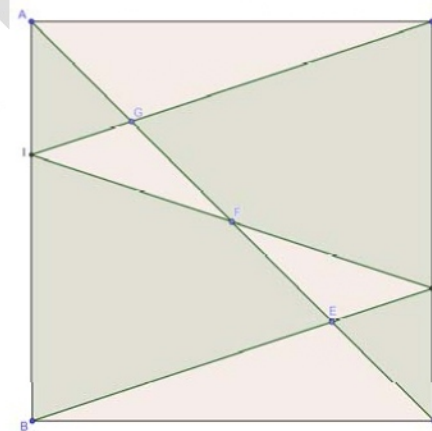
16. Диагонали AC и BD вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке M . Известно, что $AM = 3$, $BM = 4$ и $CM = 6$. Найдите CD .

Ответ: _____.

17. Дан четырёхугольник, сумма диагоналей которого равна 18. Найдите периметр четырёхугольника с вершинами в серединах сторон данного.

Ответ: _____.

18. Дан квадрат $ABCD$ с длиной стороны, равной 9. Диагональ AC разбивается точками E, F, G на четыре равных отрезка $AG = GF = FE = EC$ (см. рис.). Найдите площадь части квадрата, окрашенной в зелёный цвет.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
- 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$(x+1)\sqrt{x^2+5} + (2x+1)\sqrt{x^2-3} = \frac{13}{5}x^2 + 5x - \frac{32}{5}.$$

21. Дано трёхзначное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100. Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(3a-1)x^2 - 2axy + (3a-1)y^2 + (x+1)|y| - (y+1)|x| = 0$$

имеет хотя бы одно решение $(x_0; y_0)$ такое, что $x_0 y_0 \neq 0$, и для любого такого решения $(x_0; y_0)$ верно, что и $(y_0; x_0)$ – тоже решение.

Модуль «Геометрия»

23. Продолжение биссектрисы AD остроугольного треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке E . Из точки D на стороны AB и AC опущены перпендикуляры DP и DQ соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $APEQ$, если известно, что площадь треугольника ABC равна 7.

24. Многоугольник можно разрезать на две равные части тремя различными способами. Докажите, что этот многоугольник может не иметь ни центра симметрии, ни оси симметрии.

25. Стороны AB и CD параллелограмма $ABCD$ площади 392 разбиты на 6 равных частей, AD и BC – на 8 равных частей. Точки деления соединены так, как показано на рисунке. Чему равны площади образовавшихся при этом маленьких параллелограммов?

