

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 366

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

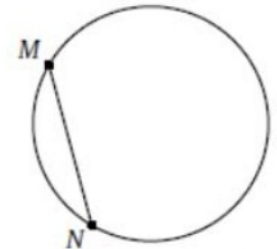
1. Решите уравнение $x^2 - \sqrt{(x-1)^2} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

2. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

3. Точки M и N лежат на окружности и делят её на две дуги, одна из которых втрое короче другой. Известно, что MN=5. Найдите площадь S круга, ограниченного данной окружностью. В ответе укажите число $\frac{S}{\pi}$.

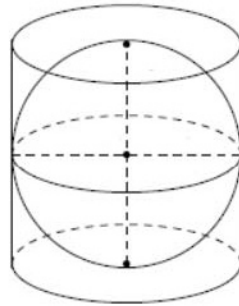


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\log_2 \sqrt{\sqrt{3}-1} + \log_4(1+\sqrt{3})$

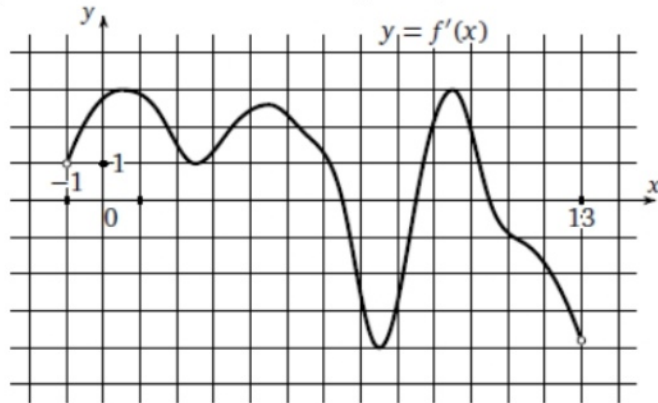
Ответ: _____.

5. В цилиндр вписана сфера. Площадь полной поверхности цилиндра равна 42. Найдите площадь поверхности сферы.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых чисел, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

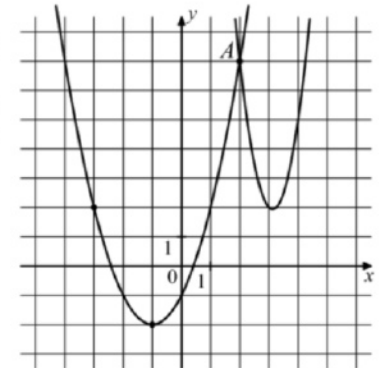
7. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 40$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 180 до 200 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

8. Проценты содержания спирта (по весу) в трех растворах образуют геометрическую прогрессию. Если смешать первый, второй и третий растворы в весовом отношении 2:3:4, то получится раствор, содержащий 32% спирта. Если же смешать их в весовом отношении 3:2:1, то получится раствор, содержащий 22% спирта. Сколько процентов спирта содержит первый раствор?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

10. Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p = 0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1 - p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1 ?

Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sqrt{\sin x - \cos x} \cdot (\cos x + \cos 2x) = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

13. Точка E лежит на боковом ребре SC правильной четырехугольной пирамиды SABCD и делит его в отношении 1:2, считая от вершины S. Через точку E и середины сторон AB и AD проведена плоскость α .

А) Докажите, что плоскость α делит высоту пирамиды в отношении 3:2

Б) Найдите площадь сечения пирамиды SABCD плоскостью α , если сторона основания пирамиды равна 12, а высота - $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

14. Решите неравенство: $5 \cdot 4^{\log_2^2(4x)} - 9 \cdot (4x)^{\log_2(4x)} - 2 \leq 0$

15. Банк планирует вложить на 1 год 40% имеющихся у него средств клиентов в проект X, а остальные 60% - проект Y. Проект X может принести прибыль в размере от 19% до 24% годовых, а проект Y – от 29% до 34% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке. Определить наименьший и наибольший возможные уровни процентной ставки, при которых чистая прибыль банка составит не менее 10% и не более 15% годовых от суммарных вложений в проекты X и Y.

16. В треугольнике KLM биссектрисы внешних углов при вершинах K и M пересекаются в точке N. Через точки K, N и M проведена окружность с центром в точке O.

А) Докажите, что точки K, L, M и O лежат на одной окружности

Б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника KLM, если площадь треугольника KMO равна $27\sqrt{3}$, а угол KLM равен 120° .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3|x-2| + |y| - 3 = 0 \\ ax - y + 2a + 2 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

18. Пусть \overline{abc} обозначает трехзначное число, равное $100a + 10b + c$, где a, b и c - десятичные цифры, $a \neq 0$.

А) Существуют ли такие попарно различные ненулевые десятичные цифры a, b и c , что $\overline{abc} + \overline{cba} = 1595$?

Б) Существуют ли такие попарно различные ненулевые десятичные цифры a, b и c , что $3 \cdot \overline{abc} = 5 \cdot \overline{cba}$?

В) Какое наибольшее значение может принимать дробь $\frac{\overline{abc}}{\overline{cba}}$, если среди попарно различных ненулевых десятичных цифр a, b и c есть цифра 6?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.