

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8

0	-	0	,	8														
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

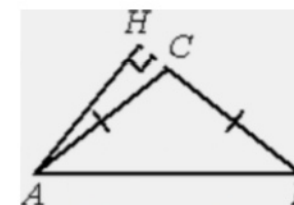
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1 Найдите корень уравнения  
 $\sqrt[3]{x + 3} = 5$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
  
- 2 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
  
- 3 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 20$ , высота  $AH$  равна 8. Найдите синус угла  $BAC$ .



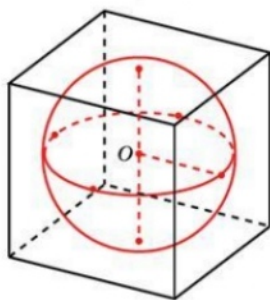
Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$$

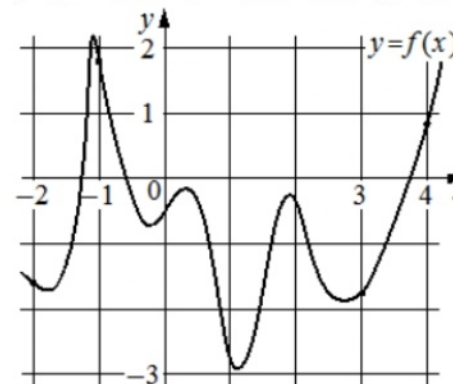
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Шар, объем которого равен  $35\pi$ , вписан в куб. Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, -1, 3, 4$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

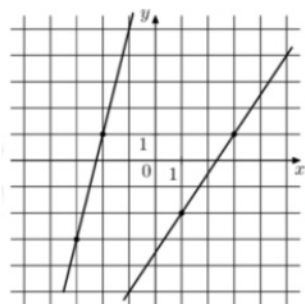
7 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 115$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,6$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 100 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите наименьшее значение функции  $y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$  на отрезке  $[-5; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 12 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$ .

- 13 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

- 14 Решите неравенство

$$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15.$$

- 15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн рублей.

**16** В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  прямые.

- Докажите, что  $AB = CD$ .
- Найдите  $AD$ , если  $AB = 2$ ,  $BC = 7$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a + 7)^2 = |x - 7 - a| + |x + a + 7|$$

имеет единственный корень.

**18** Множество чисел назовём *хорошим*, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.

- Является ли множество  $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$  *хорошим*?
- Является ли множество  $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$  *хорошим*?
- Сколько *хороших* четырёхэлементных подмножеств у множества  $\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	122
2	0,5
3	0,4
4	2
5	210
6	-1
7	4
8	15
9	-5
10	0,027
11	-21
12	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$
13	$\arccos \frac{\sqrt{10}}{4}$
14	$(-\infty; 0) \cup (\log_5 3; 1)$
15	20
16	8
17	{-9; -5}
18	а) нет б) да в) 2

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

**12** Задание с развернутым ответом

а) Решите уравнение  $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

**Источники:**  
 ГЭИ (новый банк)  
 Основная волна 2018  
 Янвико 2021 (36 вар)  
 Янвико 2020 (36 вар)  
 Янвико 2019 (36 вар)

**ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ**

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**

- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а)  $2\left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1$   
 $2 \cdot \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \cos 2x \cdot \frac{1}{2} - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1$   
 $2\cos 2x - \cos x + 1 = 0$   
 $2\cos^2 x - \cos x + 1 = 0$   
 $\cos x \cdot (2\cos x - 1) = 0$   
 $\cos x = 0$        $\cos x = \frac{1}{2}$   
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$        $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$

**Ответ:**  
 а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$

Радиус  $x = \frac{5\pi}{2}$   
 $x = \frac{7\pi}{2}$   
 $x = \frac{9\pi}{2}$

**13** Все ребра правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $AA_1$  и  $A_1 C_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

**Источники:**  
 Демо 2021  
 Демо 2020  
 Демо 2019  
 Демо 2018  
 Демо 2017  
 Демо 2016  
 Демо 2015

**ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ**

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**

- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а) Докажем, что  $BM \perp MN$ .  
 Рассмотрим  $\triangle B_1MN$ .  
 $B_1M = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$   
 $B_1N = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$   
 $MN = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$   
 $\triangle B_1MN$  – равносторонний.  
 $\angle B_1MN = 60^\circ$   
 $\angle BMN = 90^\circ$  (так как  $BM \perp B_1M$ )

б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .  
 Рассмотрим  $\triangle A_1BC_1$ .  
 $A_1B = 6$ ,  $A_1C_1 = 6$ ,  $BC_1 = 6\sqrt{2}$   
 $N$  – середина  $A_1C_1$ ,  $BN \perp A_1C_1$ .  
 $BN = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$   
 $M$  – середина  $AA_1$ ,  $BM \perp AA_1$ .  
 $BM = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$   
 $MN = 3\sqrt{2}$   
 $\triangle BMN$  – равнобедренный.  
 $\angle BMN = 60^\circ$   
 $\angle B_1MN = 60^\circ$   
 $\angle BMN = 90^\circ$

**Ответ:**  $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**14** Решите неравенство  $(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15$ .

$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 - 2 \cdot 25^x + 8 \cdot 5^x - 15 < 0$   
 $(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 - 2 \cdot (25^x - 4 \cdot 5^x) - 15 < 0$   
 Пусть  $(25^x - 4 \cdot 5^x) = t$   
 $t^2 - 2t - 15 < 0$

$-3 < 25^x - 4 \cdot 5^x < 5$  Пусть  $5^x = a$

$\begin{cases} a^2 - 4a + 3 > 0 \\ a^2 - 4a - 5 < 0 \end{cases}$

Найдем пересечение:

$\begin{cases} -1 < a < 1 \\ 3 < a < 5 \end{cases}$

**ОТВЕТ:**  $(-\infty; 0) \cup (\log_5^3; 1)$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО  $a^{\log_a b} = b$  ИСТОЧНИКИ: Основная волна 2021

$\begin{cases} 5^x < 5^0 \\ 5^{\log_5^3} < 5^x < 5^1 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ \log_5^3 < x < 1 \end{cases}$

**15** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

ИСТОЧНИКИ: ЕГЭ (старый банк), ЕГЭ (новый банк), Основная волна 2019, Янвато 2020 (36 вар), Янвато 2019 (36 вар), Основная волна 2015.

Пусть  $(1 + \frac{r}{100}) = a$

Дата	Сумма долга
Июль	4,5 млн
Июль	4,5 · a
Июль	4,5 · a <sup>2</sup>
Июль	4,5 · a <sup>3</sup>
Июль	4,5 · a <sup>4</sup>
Июль	4,5 · a <sup>5</sup>
Июль	4,5 · a <sup>6</sup>
Июль	4,5 · a <sup>7</sup>
Июль	4,5 · a <sup>8</sup>
Июль	4,5 · a <sup>9</sup>

Платежи:  $\begin{cases} 1) \text{ } 4,5 \cdot a - 4 \\ 2) \text{ } 4,5 \cdot a^2 - 3,5 \\ 3) \text{ } 4,5 \cdot a^3 - 3 \end{cases}$

Волната  $\Rightarrow 4,5a - 4$  — наиб. платеж  
 $0,5a$  — наим. платеж

$\begin{cases} 4,5a - 4 \leq 1,4 \\ 0,5a \geq 0,6 \end{cases} \begin{cases} 4,5a \leq 5,4 \quad | :4,5 \\ 0,5a \geq 0,6 \quad | \cdot 2 \end{cases}$

$\begin{cases} a \leq 1,2 \\ a \geq 1,2 \end{cases} \Rightarrow a = 1,2$

$1 + \frac{r}{100} = 1,2$   
 $\frac{r}{100} = 0,2 \quad r = 20\%$

**ОТВЕТ:** 20

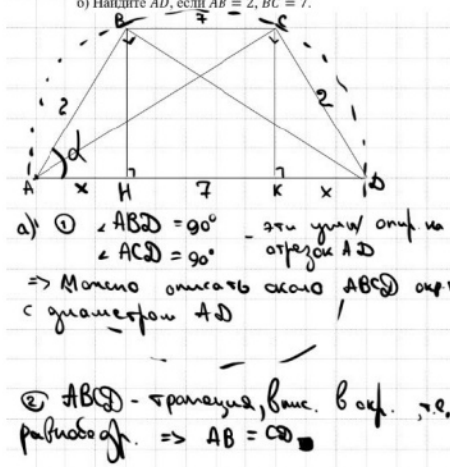
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211122

**16** В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  прямые.

- а) Докажите, что  $AB = CD$ .  
 б) Найдите  $AD$ , если  $AB = 2$ ,  $BC = 7$ .



д) Пусть  $BH$  и  $CK$  - высоты  
 Пусть  $AK = x = DK$

$\triangle ABH \sim \triangle CKD$  по 2 углам

$$\frac{2}{2x+7} = \frac{x}{2}$$

$$4 = 2x^2 + 7x$$

$$2x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$D = 81$$

$$x = \frac{-7 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 < 0$$

$$AD = 7 + 2x = 7 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 8$$

**Источники:**

Основная волна 2018  
 Основная волна (Резерв) 2018.  
**ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА**  
 Если два равных угла опираются на один отрезок, то около четырехугольника можно описать окружность

**ОТВЕТ:** 8

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a+7)^2 = |x-7-a| + |x+a+7|$$

имеет единственный корень.

$$x^2 + (a+7)^2 - |x-7-a| - |x+a+7| = 0$$

Пусть  $f(x) = x^2 + (a+7)^2 - |x-7-a| - |x+a+7|$

$$f(-x) = (-x)^2 + (a+7)^2 - |-x-7-a| - |-x+a+7|$$

$$= x^2 + (a+7)^2 - |x+7+a| - |x-a-7|$$

$$\Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow f(x) - \text{чётная } \Phi\text{-чл}$$

Единственный корень чётной  $\Phi$ -чл может иметь только если этот корень  $x=0$

Найдём, при каких  $a$

Если  $x=0$ , то  $0^2 + (a+7)^2 = |-7-a| + |a+7|$

$$(a+7)^2 - 2|a+7| = 0$$

$$|a+7|^2 - 2|a+7| = 0$$

**ОТВЕТ:** -5 ; -9

**Источники:**

ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Вариант 2019 (30 мар)  
 Ссылка 2015  
 Основная волна 2013

$|a+7| \cdot (|a+7| - 2) = 0$

$|a+7| = 0$  или  $|a+7| = 2$

$a = -7$  или  $a = -5$   
 $a = -9$

Проверим, при каких из этих трёх  $a$  будет единств. корень.

Если  $a = -7$ , то

$$x^2 = |x| + |x|$$

$$|x|^2 - 2|x| = 0$$

$$|x| \cdot (|x| - 2) = 0$$

$$|x| = 0 \quad |x| = 2$$

$$x = 0 \quad x = \pm 2$$

$\Rightarrow$  при  $a = -7$  будет 3 рен

Если  $a = -5$ , то

$$x^2 + 4 = |x-2| + |x+2|$$

Если  $x < -2$ , то  $x^2 + 4 = -x + 2 - x - 2$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$(x+1)^2 + 3 = 0$$

Если  $-2 \leq x \leq 2$ , то  $x^2 + 4 = -x + 2 + x + 2$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Если  $x > 2$ , то  $x^2 + 4 = x - 2 + x + 2$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта <i>a</i> ; – обоснованное решение пункта <i>b</i> ; – искомая оценка в пункте <i>в</i> ; – пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**18** Количество чисел называют хорошими, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.

а) Является ли множество {100; 101; 102; ...; 199} хорошим?  
 б) Является ли множество {2; 4; 8; ...; 2<sup>100</sup>} хорошим?  
 в) Сколько хороших четырехэлементных подмножеств у множества {1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?

**Источники:**  
 ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Демоверсия июня 2016

*а) В данном множестве много простых чисел, например 199*  
*Отбросим 199 в одно из двух подмножеств*  
*199 · ... · ...*  
*Тогда одно из произведений будет кратно 199, а другое нет, т.е. эти произведения будут не равны*

*50 · 2<sup>201</sup> - наибольшее кратно подмножество и второе*  
*в) 5, 7, 11 - простые числа которые нет среди множителей данных чисел*  
*Остается {1; 3; 4; 6; 9; 12}*

<i>{1; 3}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{1; 4}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{1; 6}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{1; 9}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{1; 12}</i>	<i>{3; 4}</i>	<i>✓</i>

*{3; 4}* *{1; 12}* *уже было*  
*{3; 6}* *{...}* *∅*  
*{3; 9}* *{...}* *∅*  
*{3; 12}* *{4; 9}* *✓*

<i>{4; 6}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{4; 9}</i>	<i>{3; 6}</i>	<i>уже было</i>
<i>{4; 12}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{6; 9}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{6; 12}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>
<i>{9; 12}</i>	<i>{...}</i>	<i>∅</i>

**ОТВЕТ:**  
 а) не явл.  
 б) Да  
 в) 2 (3; 4; 9; 12 и 1; 3; 4; 12)

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211122