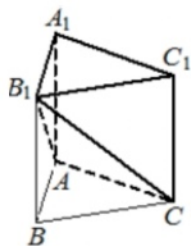


4 Найдите значение выражения

$$\frac{\left(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{35^9}$$

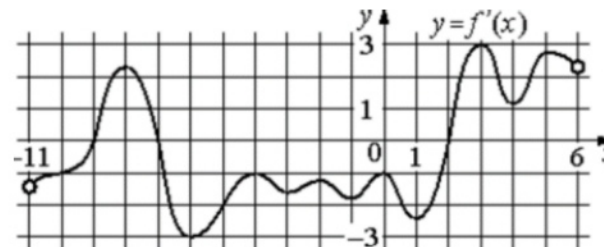
Ответ: _____.

5 Дана правильная треугольная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, C, A_1, B_1, C_1 .



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____.

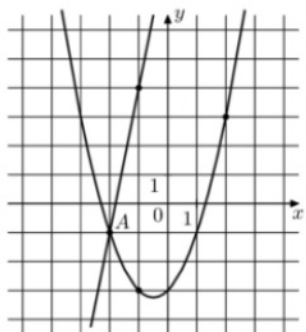
7 Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость v (в м/с) меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t – время с момента начала наблюдения в секундах, $T = 2$ с – период колебаний, $v_0 = 1,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в Дж) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), v – скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 20 секунд после начала наблюдения. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

8 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 775 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 61 час. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 10** Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции

$$y = 9x - 9 \cdot \ln(x + 3) + 4.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

- 13** В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 6.

- а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC_1 равен 60° .
 б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC_1 .

- 14** Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}.$$

- 15** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в тыс. рублей) | S | $0,7S$ | $0,4S$ | 0 |

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

16 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC .

- а) Докажите, что $AH = AO$.
б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(3x + a)$$

имеет ровно один корень.

18 В ящике лежит 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 73 грамма. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 115 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?
б) Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?
в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

| Номер задания | Правильный ответ | Видео решение |
|---------------|---|---------------|
| 1 | 1,5 | |
| 2 | 0,16 | |
| 3 | 118 | |
| 4 | 7 | |
| 5 | 32 | |
| 6 | 1 | |
| 7 | 0,18 | |
| 8 | 3 | |
| 9 | 6 | |
| 10 | 0,9216 | |
| 11 | -2 | |
| 12 | а) $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{3} + 4\pi n, -\frac{\pi}{3} + 4\pi n; n \in Z$ б) $-3\pi; -\frac{11\pi}{3}$ | |
| 13 | $2\sqrt{3}$ | |
| 14 | $\{2\} \cup (3; +\infty)$ | |
| 15 | 200 | |
| 16 | 9 | |
| 17 | $\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$ | |
| 18 | а) нет б) нет в) 857 | |

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

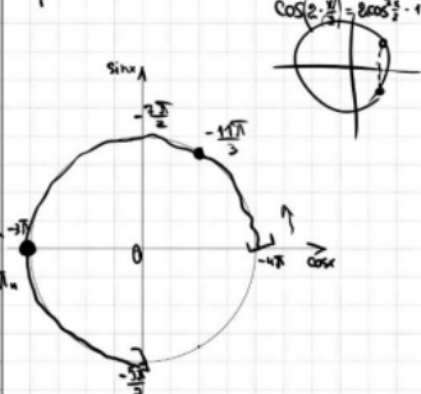
12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

а) $\cos x - \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1 = 0$
 $2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 - \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 1 = 0$
 $2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$
 $\cos\left(\frac{x}{2}\right) \cdot (2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3}) = 0$
 $\cos \frac{x}{2} = 0$ $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ $\frac{x}{2} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n$ $x = \frac{5\pi}{3} + 4\pi n$

б) Выберем корни с помощью окр. окруж.



Источники:
 ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА
 1. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 3. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 4. $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

ОТВЕТ: а) $\pi + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-3\pi; -\frac{11\pi}{3}$

Выберем корни с помощью неравенств.
 $x = \pi + 2\pi n$ $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n$ $x = \frac{5\pi}{3} + 4\pi n$
 $-4\pi \leq \pi + 2\pi n \leq -\frac{5\pi}{2}$ | $\cdot 2$ $-4\pi \leq \frac{\pi}{3} + 4\pi n \leq -\frac{5\pi}{2}$ | $\cdot 6$
 $-8 \leq 2 + 4n \leq -5$ | $\cdot 2$ $-24 \leq 2 + 24n \leq -15$ | $\cdot 2$
 $-10 \leq 4n \leq -7$ | $\cdot 4$ $-26 \leq 24n \leq -17$
 $-2,5 \leq n \leq -1,75$
 $n = -2$
 $x = \pi + 2\pi(-2) = -3\pi$
 $n = -1$
 $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi(-1) = -\frac{11\pi}{3}$

$-4\pi \leq -\frac{\pi}{3} + 4\pi n \leq -\frac{5\pi}{2}$ | $\cdot 6$
 $-24 \leq -2 + 24n \leq -15$ | $\cdot 2$
 $-22 \leq 24n \leq -13$
 $-22 \leq n \leq -\frac{13}{24}$
 $n \notin \mathbb{Z}$

| | |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

13 В кубе ABCDA₁B₁C₁D₁ все рёбра равны 6.
 а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC₁ равен 60°.
 б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC₁.

Источники:
 Открытый банк 2018
 Открытый банк (Решения) 2018

а) $(AC; BC_1) = (AC; AD_1) = \angle D_1AC$
 (т.к. $BC_1 \parallel AD_1$)
 $\triangle AD_1C$ - равносторонний (диагональ грани куба равна 6)
 $\Rightarrow \angle D_1AC = 60^\circ$
ОТВЕТ: $2\sqrt{3}$

б) Заметим, что AC и BC₁ находятся в параллельных плоскостях (ACD₁) и (A₁BC₁)
 Пусть O - центр куба
 Q - центр A₁BC₁
 OQ - искомое расстояние
 $V_{ACD_1} = \frac{1}{3} S_{ADC} \cdot DD_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{AD_1C} \cdot DQ$
 $\frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 6 = \frac{\sqrt{3} \cdot (6\sqrt{2})^2}{4} \cdot DQ$
 $DQ = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = OQ$
 $BC_1 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$
 $OQ = 6\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ | 1 |

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 211108

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | |
| | 4 |

Источники:
 Октябрь 2019
 Январь 2021 (16 вер)
 Январь 2020 (16 вер)

18 В ящике лежит 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы, а средняя масса всех фруктов равна 100 г. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100 г, равна 73 грамма. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 г, равна 115 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 г и фруктов массой больше 100 г?
 б) Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 г?
 в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?

Решение:

Пусть x - кол-во лёгких фруктов (< 100)
 y - кол-во тяжёлых фруктов (> 100)
 $95 - x - y$ - кол-во средних фруктов

а) Можем ли $x = y$?
 Сумма масс всех = 100
 $\frac{73x + 100 \cdot (95 - x - y) + 115y}{95} = 100$
 $73x + 9500 - 200x - 100y + 115y = 9500$
 $x = 0$ (противоречие условию)
 \Rightarrow а) **нет**

б) $\frac{73x + 100 \cdot (95 - x - y) + 115y}{95} = 100$
 $73x + 9500 - 200x - 100y + 115y = 9500$
 $15y = 27x$
 $5y = 9x$
 $y = \frac{9}{5}x$ $x = \frac{5}{9}y \Rightarrow x$ кратно 5
 Если $x = 5$ $y = 9$ $95 - x - y = 81$
 $x = 10$ $y = 18$ $95 - x - y = 67$
 $x = 15$ $y = 27$ $95 - x - y = 53$
 $x = 20$ $y = 36$ $95 - x - y = 39$
 $x = 25$ $y = 45$ $95 - x - y = 25$
 $x = 30$ $y = 54$ $95 - x - y = 11$
 $x = 35$ $y = 63$
 \Rightarrow **11** - наименьшее возможное кол-во "средних" фруктов
 \Rightarrow б) **нет**

в) Самый тяжёлый фрукт будет
 если: кол-во лёгких = 54
 кол-во средних = 53
 Ср. масса всех = $\frac{? + 53 \cdot 101}{54} = 115$
 $? + 53 \cdot 101 = 54 \cdot 115$
 $? = 857$
Пример:
 30 фр по 73 г
 11 фр по 100 г
 53 фр по 101 г
 1 фр по 857 г

ОТВЕТ:
 а) **нет**
 б) **нет**
 в) **857**

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов: | 1 |

| | |
|--|---|
| – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте c ; – пример в пункте c , обеспечивающий точность предыдущей оценки | |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.