Вариант № 41054173

1. Задание 1 № 509570

Найдите корень уравнения $\dfrac{x+89}{x-7}=\dfrac{-5}{x-7}$.

Решение.

Если две дроби с равным знаменателем равны, то равны их числители. Имеем:

$$\frac{x+89}{x-7}=\frac{-5}{x-7}\Leftrightarrow\begin{cases}x+89=-5,\\ x-7\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-94,\\ x\neq 7\end{cases}\Leftrightarrow x=-94.$$

Ответ:-94.

Ответ: -94

2. Задание 2 № 282853

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно 6·6=36. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна

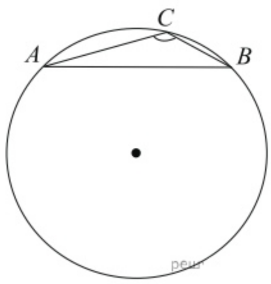
$$\frac{5}{36}=0,138...$$

Ответ: 0,14.

Ответ: 0,14

3. Задание 3 № 27862

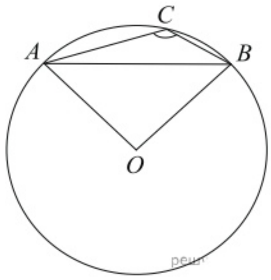
Найдите хорду, на которую опирается угол 120°, вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.



Решение.

Применим теорему синусов к треугольнику ABC:

$$AB=2R\sin C=2\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3.$$



Ответ: 3.

Приведём другое решение.

Вписанный угол дополняет половину центрального угла, опирающегося на ту же хорду, до 180°, значит, $\angle AOB=2(180^\circ-120^\circ)=120^\circ$. По теореме косинусов:

$$AB=\sqrt{AO^2+OB^2-2AO\cdot OB\cos\angle AOB}=\sqrt{3+3+6\cdot\frac{1}{2}}=3.$$

Ответ: 3

4. Задание 4 № 26783

Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)-\operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg}\gamma=7$.

Решение.

В силу периодичности тангенса $\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)=\operatorname{tg}(-\gamma)$. Поэтому

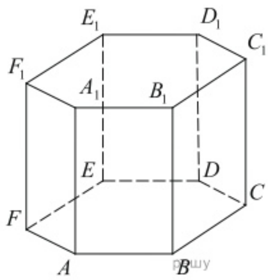
$$5\operatorname{tg}(5\pi-\gamma)-\operatorname{tg}(-\gamma)=-5\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\gamma=-4\operatorname{tg}\gamma=-4\cdot 7=-28.$$

Ответ: −28.

Ответ: -28

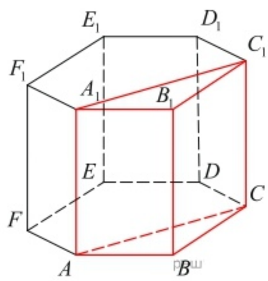
5. Задание 5 № 245344

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.



Решение.

Многогранник, объем которого требуется найти, является прямой треугольной призмой. Объем призмы равен произведению площади основания на высоту. Основанием призмы является треугольник. Площадь правильного шестиугольника в основании равна $6\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$, площадь треугольника ABC равна $\frac{1}{2}R\cdot R\sin 120^\circ=\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$, следовательно, площадь треугольника ABC равна одной шестой площади основания шестиугольной призмы. Высотой прямой призмы является боковое ребро, его длина равна 3. Таким образом, искомый объем равен $1\cdot 3$.

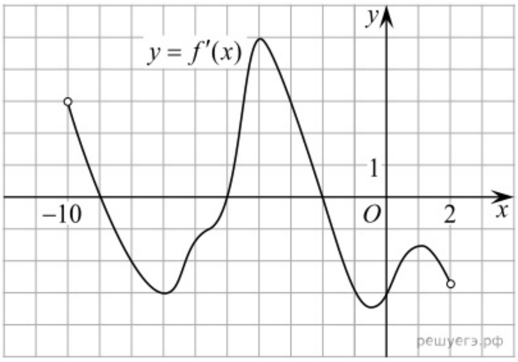


Ответ: 3.

Ответ: 3

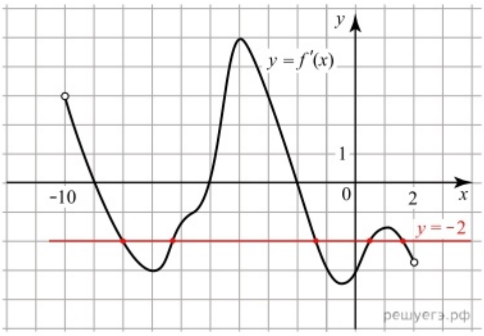
6. Задание 6 № 27501

На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале $(-10;2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.



Решение.

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней, их угловые коэффициенты равны –2. Найдем количество точек, в которых $f'(x) = -2$, это соответствует количеству точек пересечения графика производной с прямой $y = -2$. На данном интервале таких точек 5.



Ответ: 5.
Ответ: 5

7. Задание 7 № 500252

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h— высота в метрах, t— время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров.

Решение.

Определим моменты времени, когда камень находился на высоте ровно 9 метров. Для этого решим уравнение $h(t) = 9$:

$$h(t) = 9 \Leftrightarrow -5t^2 + 18t = 9 \Leftrightarrow -5t^2 + 18t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3; \\ t = 0,6. \end{array}\right.$$

Проанализируем полученный результат: поскольку по условию задачи камень брошен снизу вверх, это означает, что в момент времени $t = 0,6$(с) камень находился на высоте 9 метров, двигаясь снизу вверх, а в момент времени $t = 3$(с) камень находился на этой высоте, двигаясь сверху вниз. Поэтому он находился на высоте не менее девяти метров 2,4 секунды.

Ответ: 2,4.
Ответ: 2,4

8. Задание 8 № 99567

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

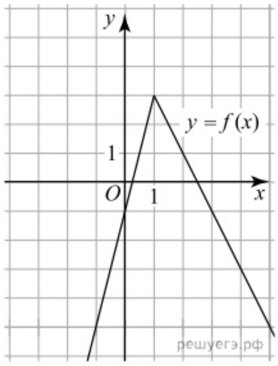
Решение.

Стоимость четырех рубашек составляет 92% стоимости куртки. Значит, стоимость одной рубашки составляет 23% стоимости куртки. Поэтому стоимость пяти рубашек составляет 115% стоимости куртки. Это превышает стоимость куртки на 15%.

Ответ: 15.
Ответ: 15

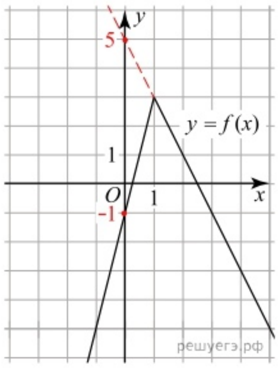
9. Задание 9 № 564188

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax-|bx+c|+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax+d=0$.



Решение.

В любом из случаев раскрытия модуля получаем линейную функцию $f(x)=kx+l$, где угловой коэффициент $k=a+|b|$ или $k=a-|b|$, а свободный член $l=d+|c|$ или $l=d-|c|$. Очевидно, что $a+|b|\geqslant a-|b|$, значит, большему значению углового коэффициента соответствует $k=a+|b|$, а меньшему — $k=a-|b|$. Аналогично большему значению свободного члена соответствует $l=d+|c|$, а меньшему — $l=d-|c|$. По рисунку определяем, что $a+|b|=4$, $a-|b|=-2$, $d+|c|=5$, $d-|c|=-1$. Значит, $a=1$, $d=2$.



Решим уравнение $ax+d=0$:

$$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$

Ответ: −2.
Ответ: -2

10. **Задание** 10 № 501061

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение.

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что первый раз стрелок промахнулся, а со второго выстрела поразил мишень. Вероятность события A равна $P(A) = 0{,}7$. Событие B является произведением двух независимых событий, поэтому его вероятность равна произведению вероятностей этих событий: $P(B) = 0{,}3\cdot 0{,}7 = 0{,}21$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}91.$$

Ответ: 0,91.

Приведём другое решение.

Пусть событие A состоит в том, что цель поражена с первого выстрела, B — со второго. Вероятность того, что мишень будет поражена первым или вторым выстрелом равна вероятности суммы событий A и B. Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B) = 0{,}7 + 0{,}7 - 0{,}49 = 0{,}91.$$

Приведём еще одно решение.

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень не поражена.

$$P(A) = 0,3\cdot 0,3 = 0,09.$$

Тогда искомая вероятность представляет собой вероятность противоположного события $\overline{A}$– мишень поражена.

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,09 = 0,91.$$

Ответ: 0,91

11. **Задание** 11 № 26710

Найдите точку минимума функции $y = (x+16)e^{x-16}$.

Решение.

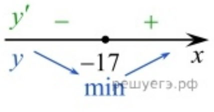
Найдем производную заданной функции:

$$y' = (x+16)'e^{x-16} + (x+16)\left(e^{x-16}\right)' = e^{x-16} + (x+16)e^{x-16} = (x+17)e^{x-16}.$$

Найдем нули производной:

$$(x+17)e^{x-16} = 0 \Leftrightarrow x = -17.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Искомая точка минимума $x = -17$.

Ответ: −17.

Ответ: -17

12. Задание 12 № 520994

а) Решите уравнение: $x-3\sqrt{x-1}+1=0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде $x+1=3\sqrt{x-1}$. При $x+1<0$ уравнение не имеет корней. При $x+1\geq 0$ уравнение принимает вид:

$$x^2+2x+1=9x-9 \Leftrightarrow x^2-7x+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=5. \end{array}\right.$$

Оба корня удовлетворяют условию $x+1\geq 0$.

б) Заметим, что $\sqrt{3}<2, \sqrt{20}<5$. Значит, указанному отрезку принадлежит корень $x = 2$.

Ответ: а) 2; 5; б) 2.

Примечание.

$$\sqrt{f(x)}=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=g^2(x), \\ g(x)\geq 0. \end{cases}$$

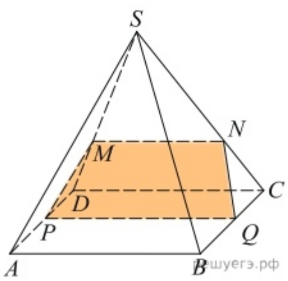
13. Задание 13 № 517541

Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S. Точка M расположена на SD так, что $SM:SD=2:3$. P — середина ребра AD, а Q середина ребра BC.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MQP — равнобедренная трапеция.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MQP разбивает пирамиду.

Решение.



а) Пусть плоскость MPQ пересекает SC в точке N. Так как $PD = CQ$, $PD \parallel CQ$, то $PDCQ$ — параллелограмм, $PQ \parallel CD$. Поскольку $PQ \parallel CD$, $PQ \subset MPQ$, то $MN \parallel PQ \parallel CD$.

Тогда $\dfrac{SM}{MD}=\dfrac{SN}{NC}$, то есть $MD=NC$. Так как $MD=NC$, $CQ=PD$ и $\angle SCB=\angle SDA$, так как пирамида правильная, то $\triangle NCQ=\triangle PDM$, следовательно, $NQ=MP$.

Поскольку $NQ=MP$ и $MN \parallel PQ$, то $MNQP$ — равнобедренная трапеция, что и требовалось доказать.

б) Заметим, что $S_{DPQC}=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}$, расстояние от точки M до плоскости ABC втрое меньше расстояния от точки S до плоскости ABC. Тогда $\dfrac{V_{MPDCQ}}{V_{SABCD}}=\dfrac{1}{6}$.

По теореме об отношении площадей треугольников с равными углами $\dfrac{S_{\triangle CQN}}{S_{\triangle CSB}}=\dfrac{CN}{CS}\cdot\dfrac{CQ}{CB}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$, расстояние от точки D до плоскости SBC, в 1,5 раза больше чем от точки M. Значит, $\dfrac{V_{MNCQ}}{V_{SABCD}}=\dfrac{V_{MNCQ}}{2V_{SBCD}}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{18}$, из чего следует, что $V_{CQPDMN}=\left(\dfrac{1}{18}+\dfrac{1}{6}\right)V_{SABCD}=\dfrac{2}{9}V_{SABCD}$, тогда $\dfrac{V_{CQPDMN}}{V_{PQNMSBA}}=\dfrac{2}{7}$.

Ответ: б) $\dfrac{2}{7}$.

14. Задание 14 № 510020

Решите неравенство $\dfrac{\log_9(2-x)-\log_{15}(2-x)}{\log_{15}x-\log_{25}x} \le \log_{25}9.$

Решение.

Левая часть неравенства определена при $x \in (0,1) \cup (1,2)$.

При $0 < x < 1$ получаем $\log_{15}x < \log_{25}x$, $\log_9(2-x) > \log_{15}(2-x)$, поэтому левая часть неравенства отрицательна и не превосходит $\log_{25}9$.

При $1 < x < 2$ получаем $\log_{15}x > \log_{25}x$, $\log_9(2-x) < \log_{15}(2-x)$, поэтому левая часть неравенства отрицательна и не превосходит $\log_{25}9$.

Таким образом, решение исходного неравенства (0; 1) и (1; 2).

Ответ: $(0;\ 1) \cup (1;\ 2)$.

15. Задание 15 № 520825

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Решение.

По условию, за первые 20 месяцев долг должен равномерно уменьшиться на 300 − 100 = 200 (тыс. руб.), значит, долг перед банком (в тыс. руб.) по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля следующим образом:

300; 290; 280; ... 110; 100; 0.

Первое число каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. руб.) по состоянию на 1-е число такова:

306; 295,8; ... 112,2; 102.

Следовательно, выплаты (в тыс. руб.) должны быть следующими:

$$\underset{(306-290)}{16;}\quad \underset{(295{,}8-280)}{15{,}8;}\quad \ldots\quad \underset{(112{,}2-100)}{12{,}2;}\quad \underset{(102-0)}{102.}$$

Значит, всего следует выплатить

$$\underbrace{16\ +\ 15{,}8\ +\ \ldots\ +\ 12{,}2}_{\text{сумма 20-ти членов арифм. прогрессии}} + 102 = \frac{16+12{,}2}{2}\cdot 20 + 102 = \frac{20\cdot 28{,}2}{2} + 102 = 384 \text{ тыс. руб.}$$

Ответ: 384 тысячи рублей.

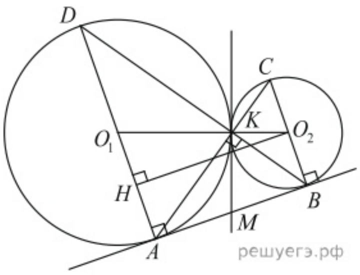
16. Задание 16 № 501887

Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй— в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение.



а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K, пересекает AB в точке M. По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM = KM$ и $KM = BM$. Треугольник AKB, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, — прямоугольный.

Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD. Значит, $AD \perp AB$. Аналогично получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определенности, первая окружность имеет радиус 4, а радиус второй равен 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\dfrac{AD}{BC} = \dfrac{DK}{KB} = 4$. Пусть $S_{BKC} = S$, тогда $S_{AKD} = 16S$.

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, $\dfrac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \dfrac{DK}{KB} = \dfrac{AD}{BC}$, то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Заметим, что $O_1H = O_1A - AH = O_1A - O_2B$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1:

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно, $25S = 20$, откуда $S = 0{,}8$ и $S_{AKB} = 4S = 3{,}2$.

Приведем вариант решения п. б) предложенный Рамилем Багавиевым.

Из первого решения известно, что $O_2H = AB = 4$. Из подобия треугольников AKD и AKB следует $\dfrac{AK}{BK} = \dfrac{AD}{BA} = 2$, таким образом $AK = 2BK$. Напишем теорему Пифагора для треугольника AKB

$$AK^2 + BK^2 = AB^2 = 16 \Leftrightarrow 4BK^2 + BK^2 = 16 \Leftrightarrow BK = \frac{4}{\sqrt{5}}, AK = \frac{8}{\sqrt{5}}.$$

Теперь несложно вычислить $S_{AKB} = \dfrac{1}{2} AK \cdot BK = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{8}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{4}{\sqrt{5}} = 3{,}2.$

Ответ: 3,2.

17. Задание 17 **№** 513278

Найдите все значения *a*, при каждом из которых модуль разности корней уравнения

$$x^2-6x+12+a^2-4a=0$$

принимает наибольшее значение.

Решение.

Поскольку $x_1+x_2=6,\ x_1x_2=a^2-4a+12$, получаем:

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=$$
$$=\sqrt{-4a^2+16a-12}=2\sqrt{-a^2+4a-3}=2\sqrt{1-(a-2)^2}.$$

Полученное выражение, а вместе с ним и исходное, достигают наибольшего значения при $a=2$.

Ответ: $a=2$.

Приведем другое решение.

Преобразуем уравнение:

$$x^2-6x+12+a^2-4a=0\Leftrightarrow x^2-6x+9+a^2-4a+4=1\Leftrightarrow (x-3)^2+(a-2)^2=1.$$

На координатной плоскости *Oxa* это уравнение задает окружность с центром в точке (3; 2) и радиусом 1. Корнями уравнения являются точки пересечения этой окружности с горизонтальной прямой $a=const$. Наибольшая разность корней достигается в том случае, когда эта прямая содержит диаметр окружности, то есть при $a=2$.

Приведем решение Тофига Алиева.

Заметим, что для квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$

$$|x_1-x_2|=\left|\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}-\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}\right|=\frac{\sqrt{D}}{a}=\sqrt{D},$$

поскольку $a=1$.

Чтобы модуль разности корней уравнения был наибольшим, необходимо и достаточно, чтобы наибольшим было значение выражения $\sqrt{D}=\sqrt{-4a^2+16a-12}$ (здесь *a* — значение параметра). Квадратичная функция $y=-4a^2+16a-12$ с отрицательным старшим коэффициентом достигает наибольшего значения в точке $a_0=-\frac{-16}{2\cdot(-4)}=2$. Проверим, что при найденном значении параметра подкоренное выражение неотрицательно: $y(2)=4$. Следовательно, наибольшее значение модуля разности достигается при $a=2$.

18. Задание 18 **№** 525123

Вася и Петя решали задачи из сборника, и они оба решили все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

а) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, а Петя решил все задачи из сборника ровно за 5 дней?

б) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу больше, чем Петя, а Петя решил все задачи из сборника ровно за 4 дня?

в) Какое наименьшее количество задач могло быть в сборнике если каждый из ребят решал задачи более 6 дней, причем в первый день один из мальчиков решил на одну задачу больше чем другой?

Решение.

а) Пусть Петя в первый день решил x задач. Тогда в оставшиеся дни он решил $x + 2$, $x + 4$, $x + 6$, $x + 8$ задач. Всего в сборнике оказывается $5x + 20$ задач. Вася в первый день решил $x - 1$ задачу. В следующие дни он решал x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$, ... задач. За пять дней решить все задачи Вася не мог. Если Вася решил все задачи сборника за шесть дней, то он решил $6x + 9$ задач. Уравнение $5x + 20 = 6x + 9$ имеет решение $x = 11$. Тем самым приведен пример, удовлетворяющий условию: Вася решил в первый день 10 задач, Петя — 11 задач.

б) Вновь обозначим за x число задач, решенных Петей в первый день. Тогда всего Петя решил $4x + 12$ задач. Вася решал $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$, $x + 5$, ... задач. Если Вася решил все задачи сборника за четыре дня или менее, то он решил не более $4x + 10$ задач. Но тогда Вася решил меньше задач, чем Петя. Противоречие. Если Вася решал задачи пять дней или более, то он решил как минимум $5x + 15$ задач. Тогда Вася решил больше задач, чем Петя. Противоречие.

в) Петя решал задачи не менее семи дней. Начнем со случая, когда он решал задачи ровно семь дней.

Тогда в сборнике оказывается $7x + 42$ задачи. Если Вася решил в первый день на одну задачу больше, чем Петя, то за семь дней он решил $7x + 28$ задач. Следовательно, Вася решал задачи более семи дней. За восемь дней он бы решил $8x + 36$ задач. Уравнение $7x + 42 = 8x + 36$ имеет решение $x = 6$. За девять или более дней Вася бы решил как минимум $9x + 45$ задач, что превосходит число задач в сборнике. Если Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, то вновь ему, очевидно, придется решать задачи более семи дней. За восемь дней он бы решил $8x + 20$ задач, за девять дней $9x + 27$ задач, за десять дней $10x + 35$ задач, за большее число дней как минимум $11x + 44$ задачи (что заведомо больше числа задач в сборнике). Уравнения $7x + 42 = 8x + 20$, $7x + 42 = 9x + 27$, $7x + 42 = 10x + 35$ не имеют целых решений, меньших 6.

Тем самым, в случае, когда Петя решал задачи ровно семь дней, в сборнике не могло оказаться меньше $7x + 42 = 7 \cdot 6 + 42 = 84$ задач (напомним, что такое могло быть, если Петя решил в первый день 6 задач, а Вася 7, Петя решал задачи 7 дней, а Вася 8).

Перейдем к случаям, когда Петя решал задачи более семи дней. Перечислим всевозможные значения, которые может принимать сумма $1 + 2 + ... + n$: это 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, ... (так называемые «треугольные числа»).

Если Петя решил весь сборник за 8 дней, то он решил $8x + 56$ задач. Нас интересует, может ли это число быть меньше 84. Необходимо проверить $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$.

При $x = 1$ задач в сборнике $8 \cdot 1 + 56 = 64$. Вася в первый день решил 2 задачи, то есть всего Вася решил 2+3+4+5+... задач. Следовательно, 64 должно быть меньше треугольного числа на 1. Противоречие.

При $x = 2$ задач в сборнике $8 \cdot 2 + 56 = 72$. Вася в первый день решил или 1 задачу, или 3 задачи. Следовательно, 72 должно или совпадать с треугольным числом, либо быть меньше него на $1+2=3$. Противоречие.

При $x = 3$ задач в сборнике $8 \cdot 3 + 56 = 80$. Вася в первый день решил или 2, или 4 задачи. Следовательно, 80 должно быть меньше треугольного числа или на 1, или на 1+2+3=6. Противоречие.

Если же Петя решил весь сборник за 9 дней, то он решил $9x + 72$ задач. Единственная подходящая возможность, чтобы задач в сборнике было меньше 84, это $x = 1$. Но тогда в сборнике 81 задача. В первый день Вася решил 2 задачи. Следовательно, 81 должно быть на 1 меньше треугольного числа. Противоречие.

Если Петя решал сборник более 9 дней, то он решил как минимум $10x + 90$ задач, что заведомо больше 84.

Ответ: а) да; б) нет; в) 84.