

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 365

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

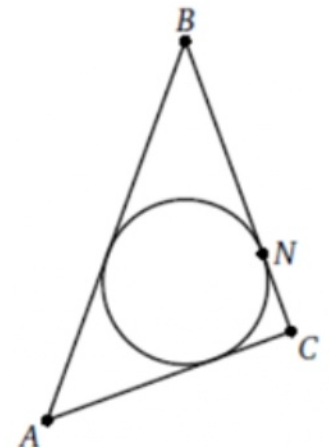
1. Решите уравнение $\frac{3^{x^2} - 81}{x - 2} = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

2. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

3. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его стороны BC в точке N. Известно, что BN = 15 и AC = 17. Найдите периметр треугольника.



Ответ: _____.

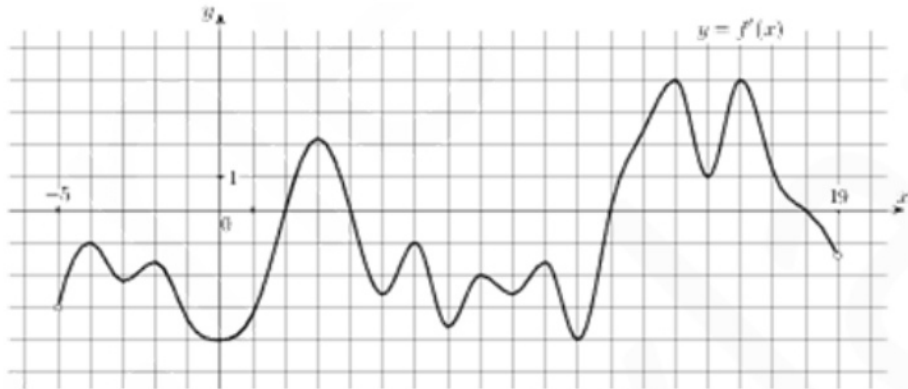
4. Найдите значение выражения $\frac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}}$ при $x = 2$

Ответ: _____.

5. Основанием наклонной призмы $ABCD A_1B_1C_1D_1$ является квадрат $ABCD$, а диагональ AC_1 призмы перпендикулярна плоскости основания. Найдите площадь основания призмы, если $AC_1 = 2\sqrt{7}$, $AA_1 = 6$.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-3; 15]$.



Ответ: _____.

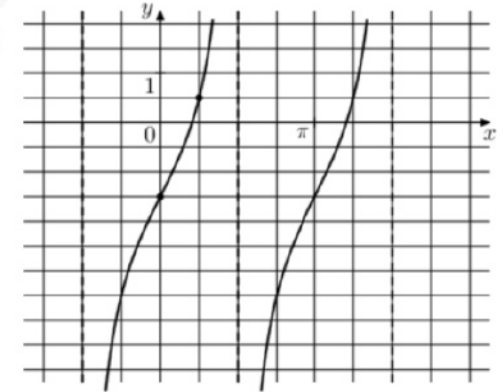
7. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 3 \sin \frac{\pi t}{4}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 1,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____.

8. Аркадий продал партию компьютеров, а Борис продал партию принтеров, и их выручка оказалась одинаковой. «Если бы принтер стоил столько же, сколько компьютер, я бы получил 192 млн. рублей» — сказал Борис. «Если бы компьютер стоил столько же, сколько принтер, я бы получил 75 млн. рублей» — ответил Аркадий. На сколько процентов компьютер дороже принтера?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \operatorname{tg} x + b$. Найдите b .



Ответ: _____.

10. В одном ресторане в г. Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш-беш»: гость бросает одновременно 2 игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение
$$\frac{4^{\frac{x+1}{2}} - 2^{x+1} - 2^{\frac{x+1}{2}} + \sqrt{2}}{\sin x + \sin 2x} = 0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

13. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки K, L и M – середины ребер $AB, B_1 C_1$ и DD_1

А) Докажите, что сечение куба плоскостью KLM является правильным многоугольником.

Б) Найдите расстояние от точки A до плоскости KLM , если ребро куба равно 2.

14. Решите неравенство:
$$\left(6 + \sqrt{35}\right)^{2x} - \frac{7 - \sqrt{35}}{\left(6 - \sqrt{35}\right)^x} + 6 > \sqrt{35}$$

15. В начале 1977 года Алишер положил в пустой сейф 1 млн.руб. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа $m\%$ имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1982 года максимальную сумму?

16. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке E . Известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность.

А) Докажите, что $AE \cdot AC = AD \cdot AB$

Б) Найдите AE , если известно, что $BC=7, CE=4$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \log_5(x^2) - a \right| - \left| \log_5 x + 2a \right| = (\log_5 x)^2$$

имеет ровно четыре решения.

18. А) Можно ли в выражении $\ln 5 * \ln 6 * \ln 7 * \ln 8 * \ln 10 * \ln 12 * \ln 14$ вместо всех знаков $*$ так расставить знаки $+$ и $-$, чтобы в результате получился ноль?

Б) Можно ли в выражении $\ln 6 * \ln 7 * \ln 8 * \ln 12 * \ln 14 * \ln 24 * \ln 32$ вместо всех знаков $*$ так расставить знаки $+$ и $-$, чтобы в результате получился ноль?

В) Какое наибольшее количество попарно различных чисел можно выбрать из набора $\ln 7, \ln 8, \dots, \ln 20$ и расставить знаки $+$ и $-$ так, чтобы их сумма стала равна нулю?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.