

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 364

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $5^{x^2-3} \cdot 6^x = 180$

В ответе укажите наибольший корень этого уравнения.

Ответ: _____.

2. Пятеро друзей-автолюбителей взяли автомобиль в аренду для путешествия. С помощью жребия они выбирают двоих, которые в первый день будут поочередно водителями. Какова вероятность того, что М., входящий в состав группы, будет водителем в первый день путешествия?

Ответ: _____.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos \angle B = \frac{\sqrt{51}}{10}$. Найдите синус внешнего угла при вершине B.

Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{2 \sin(180^\circ + \alpha)}$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

Ответ: _____.

5. Сосуд в виде правильной треугольной пирамиды высотой $25\sqrt{3}$ см доверху заполнен водой. Найдите, на какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой сосуд, имеющий форму куба со стороной, равной стороне основания данной треугольной пирамиды. Ответ выразите в сантиметрах.

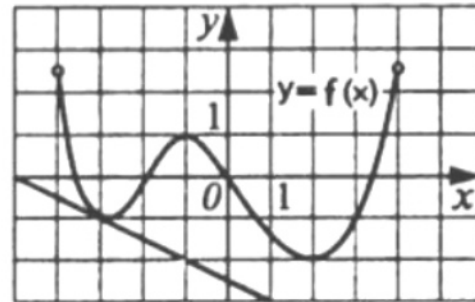
Ответ: _____.

6. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 4)$. На рисунке изображен ее график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -3$.

Вычислите значение производной функции

$$y = \frac{x}{4} \cdot f(x) + 5x \text{ в точке } x_0 = -3.$$

Ответ: _____.



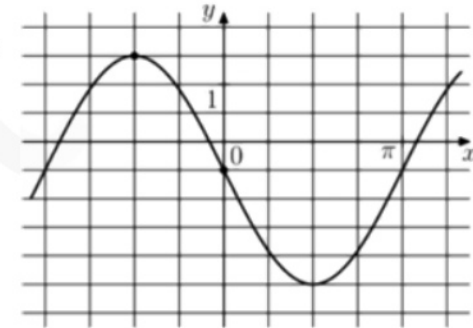
7. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,2} = const$, где p (атм.) — давление в газе, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 51,2 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 64 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

Ответ: _____.

8. Экипаж дальнбойщиков проехал расстояние 6375 км с определенной скоростью без остановок. На обратном пути водители планируют сделать остановку на 10 часов для отдыха. Для этого на обратном пути им необходимо увеличить скорость на 10 км/ч по сравнению с прямым маршрутом. Найдите (в км/ч) значение первоначальной скорости, если на путь в обоих направлениях затрачено одинаковое количество времени.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

10. Артем бросил одновременно две игральные кости, ни на одной из них не выпало шесть. Какова вероятность при этом условии, что в сумме выпало 9 очков?

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{15\sqrt{3}}{\pi} + \frac{3}{\pi} \cdot (24x - 5tgx)$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{2}$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

13. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 4, боковые ребра равны 6. Точка M – середина ребра CC_1 , на ребре BB_1 отмечена точка N , такая, что $BN : NB_1 = 1 : 2$.

- а) Докажите, что плоскость AMN делит ребро DD_1 в отношении 1 : 5, считая от точки D .
 б) Найдите угол между плоскостями ABC и AMN .

14. Решите неравенство:

$$\frac{10^x}{2 \log_2^2(x+1)^2 \cdot \log_3(x+2)} \leq \frac{(15 \cdot 3^x)^x}{9 \log_2^2(x+1)^2 \cdot \log_3(x+2)}$$

15. Строительство нового завода стоит 140 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,2x^2 + 3x + 1$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,2x^2 + 3x + 1)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена на продукцию $p = 7$ тыс. руб. за единицу. Каждый последующий год цена увеличивается на 2 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

16. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Прямые B_1C_1 и BC пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что треугольники PBC_1 и PB_1C подобны.
 б) Найдите расстояние от вершины A до точки пересечения высот треугольника ABC , если $BP = BB_1$, $\angle ABC = 80^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, а точка B лежит между C и P .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

18. Вова задумал натуральное число a и посчитал сумму его цифр, эту сумму он обозначил b . Затем он посчитал сумму цифр числа b и обозначил ее через c . Оказалось, что среди чисел a , b и c нет одинаковых.

- а) Может ли $a + b + c = 3000$?
 б) Может ли $a + b + c = 2000$?
 в) Сколько существует четырехзначных чисел a , для которых $c = 4$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.