

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 295

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

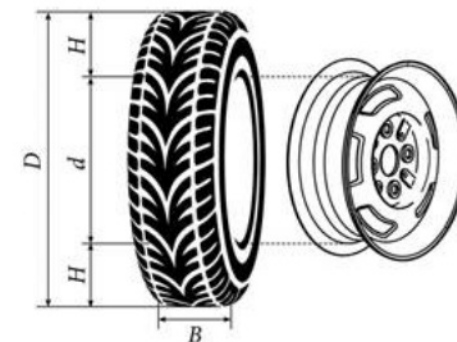


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр  $B$  на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр  $H$  на рисунке 2) к ширине шины, то есть  $100 \cdot \frac{H}{B}$ .

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква  $R$

означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса  $d$  в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса  $D$  легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 245/35 R20.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

**1.** Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин. Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 19 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	19	20	21
245	245/35	245/30, 245/35	–
255	255/35	255/35	255/35
265	265/30	–	–
275	–	275/30	275/30

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На сколько миллиметров радиус колеса, установленного на заводе, отличается от радиуса колеса с шинами, разрешённого по маркировке 255/35 R21?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Найдите диаметр (в мм) колеса с шинами с маркировкой 265/30 R19.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 265/30 R19?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** На сколько метров уменьшится путь, пройденный кроссовером, когда колесо сделает 100 оборотов, если колесо с шинами, установленное на заводе, заменить на колесо с маркировкой шин 265/30 R19? Ответ округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\left( \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{5}\right)^2} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{5})^3} \right)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Пусть  $a, b, c, d$  – действительные положительные числа. Причём  $a + b + c + d = 4$ . Найдите наибольшее значение выражения:

$$abcd \cdot \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 3

2) 4

3) 5

4) 6

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Найдите значение выражения  $\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}} + a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{2}}}$  при

$a = 6,5536$  и  $b = 8,3521$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{1^4}{5\sqrt{x+1}} + \frac{2^4}{5\sqrt{x+3}} + \frac{3^4}{5\sqrt{x+5}} + \frac{4^4}{5\sqrt{x+7}} - 50 = 0.$$

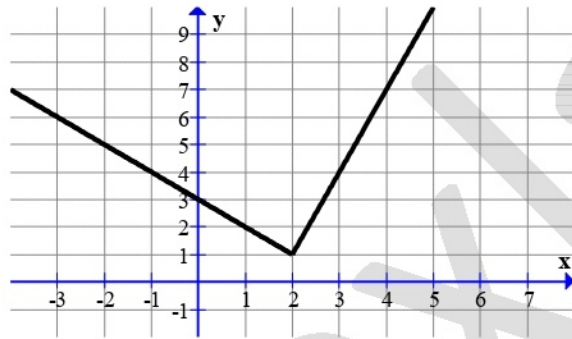
В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Найдите число нулей, на которое оканчивается число  $11^{100} - 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображён график функции вида  $y = f(x) = ax + |bx + c| + d$ , где числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.



А)  $f(-12)$

Б)  $f(13)$

В)  $f(-7)$

1) 10

2) 15

3) 34

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Среднее гармоническое трёх чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле

$$h = \left( \frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{3} \right)^{-1}. \text{ Найдите среднее гармоническое чисел } \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ и } \frac{1}{8}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} |x\sqrt{1-x^2} + x| < \sqrt{1+x^2} \\ \frac{x\sqrt{2} + 1}{1 - \sqrt{x^2 - 4x + 5}} \leq 1 \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений

2)  $[-5; 2) \cup (2; +\infty)$

3)  $[-1; 1]$

4)  $\left[-1; -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}\right) \cup \left(-\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}; \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}; 1\right]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. В амфитеатре 12 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

15. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 5 : 6, а гипотенуза равна 122. Найдите больший из отрезков, на которые высота делит гипотенузу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

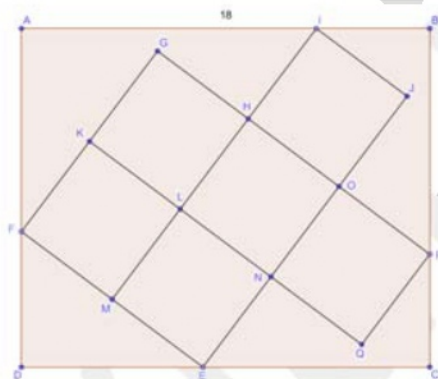
16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  – прямой, а  $\angle ABC = 40^\circ$ . Окружность с центром  $C$  и радиусом  $AC$ , пересекает гипотенузу в точке  $D$ , отличной от точки  $A$ , а катет  $CB$  – в точке  $E$ . Найдите градусную меру угла  $DCB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17. В круге радиуса 6 даны два взаимно перпендикулярных диаметра. Произвольная точка окружности спроектирована на эти диаметры. Найдите расстояние между проекциями точки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

18. Дан прямоугольник  $ABCD$  с длинами сторон  $AB = 18$  и  $BC = 15$ , а также 6 квадратов, расположенных так, как показано на рисунке. Найдите суммарную площадь этих шести квадратов.



Ответ: \_\_\_\_\_.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Любой равнобедренный треугольник является равносторонним.
- 2) Если длина медианы треугольника равна длине его биссектрисы, то этот треугольник – равнобедренный.
- 3) Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна  $180^\circ$ , то данные прямые параллельны.

Ответ: \_\_\_\_\_.

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

## Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$\sqrt[3]{15 - x^3 + 3x^2 - 3x} - 2\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x - 3 = 0.$$

21. Сколько существует различных чисел  $N$  таких, что их можно представить ровно 110 способами в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0$ , где числа  $a_i$  – целые числа, причём  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 1, 2, 3$ ?

22. Постройте множество точек плоскости  $\Omega$ , заданное уравнением  $y^2 = x^2$ . Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением  $(x - (2a + 2))^2 + (y - a)^2 = 1$ , имеет с множеством точек плоскости  $\Omega$  ровно четыре общие точки.

## Модуль «Геометрия»

23. Вершины  $A$  и  $B$  правильного треугольника  $ABC$  лежат на окружности  $\omega$ , а вершина  $C$  – внутри этой окружности. Точка  $D$  лежит на окружности  $\omega$ , причём  $BD = AB$ . Прямая  $CD$  пересекает  $\omega$  в точке  $E$ . Найдите длину отрезка  $EC$ , если радиус окружности  $\omega$  равен 20.

24. Вершины 50-угольника делят окружность на 50 дуг, длины которых – 1, 2, 3, ..., 50 в некотором порядке. Известно, что каждая пара «противоположных» дуг (соответствующих противоположным сторонам 50-угольника) отличается по длине на 25. Докажите, что у данного 50-угольника найдутся две параллельные стороны.

25. На сторонах  $BC$  и  $DC$  параллелограмма  $ABCD$  выбраны точки  $D_1$  и  $B_1$  так, что  $BD_1 = DB_1$ . Отрезки  $BB_1$  и  $DD_1$  пересекаются в точке  $Q$ . Найдите градусную меру угла  $BAQ$ , если известно, что  $\angle BCD = 79^\circ$ .