

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 294

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

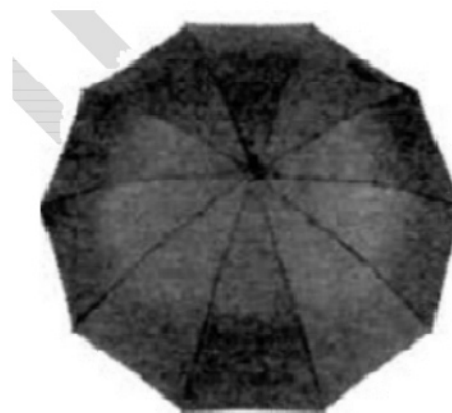


рис. 1

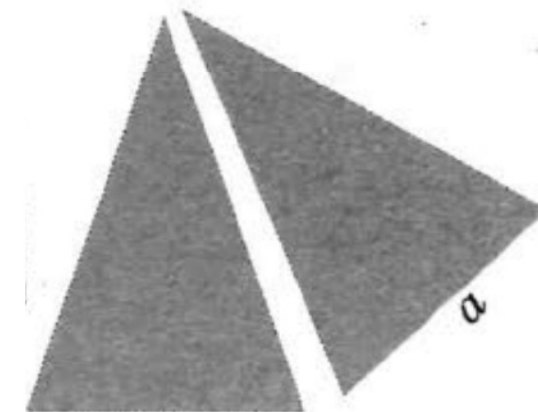


рис. 2

На рисунке (см. выше) изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом комплексе. Сторона каждой клетки на плане соответствует 0,4 м. Условные обозначения двери и окна приведены на рисунке.

При входе в квартиру человек оказывается в коридоре, напротив входа – кладовая, примыкающая к санузлу. Санузел имеет общую стенку с кухней, из которой есть выход на остеклённый балкон. Самая большая по площади комната в квартире – гостиная. Справа от входа в квартиру – спальня. Из спальни можно выйти на второй балкон.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Гостиная	Санузел	Кладовая	Спальня
Цифры				

Ответ: _____.

2. Плитка для пола размером 25 см × 40 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в м²) гостиной.

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь большего балкона больше площади санузла?

Ответ: _____.

5. В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице (см. ниже). Планируется купить стиральную машину с фронтальной загрузкой вместимостью не менее 6 кг.

Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость машины (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Стоимость подключения (% от стоимости машины без доставки)	Габариты (высота × ширина × глубина) (см)
А	5	верт.	31 000	600	2	85 × 60 × 40
Б	6	верт.	30 500	0	3	85 × 60 × 40
В	5,5	фронт.	33 000	400	4	80 × 60 × 40
Г	6	верт.	37 000	500	3	86 × 60 × 48
Д	5	фронт.	36 000	300	0	80 × 55 × 43
Е	7	фронт.	38 000	0	0	85 × 65 × 42
Ж	6,5	фронт.	32 000	500	3	80 × 60 × 40
З	6	верт.	29 000	400	0	88 × 60 × 40
И	5	верт.	34 000	300	2	80 × 60 × 40
К	6	фронт.	33 000	0	1	85 × 60 × 40

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{\left(\sqrt{5} - \frac{5}{2} \right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{5} \right)^3} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Причём $abcd = 1$.

Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{1}{a+b+c+d} \cdot \left(\frac{1}{a^3+b+c+d} + \frac{1}{a+b^3+c+d} + \frac{1}{a+b+c^3+d} + \frac{1}{a+b+c+d^3} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 1

2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right)$ при

$$a = 3,56.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$x = (\sqrt{x+4} + 2)(\sqrt{2x+6} - 1).$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

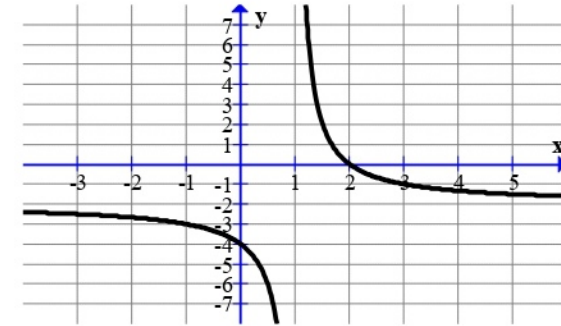
Ответ: _____.

10. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришёл получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Каково наименьшее количество номеров нужно перебрать, чтобы наверняка открыть камеру?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $y = f(x) = \frac{a}{x+b} + c$, где числа a, b

и c — целые. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.

А) $f(-7)$ Б) $f(17)$ В) $f(6)$ 1) $-\frac{8}{5}$ 2) $-\frac{15}{8}$ 3) $-\frac{9}{4}$

Ответ: _____.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, φ — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 18$, $\sin \varphi = \frac{1}{3}$, а $S = 27$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{9-x} \cdot |x^2-1| \leq \sqrt{9-x} \cdot |x^2-10x+13| \\ \frac{x\sqrt{2}+1}{1-\sqrt{x^2-4x+5}} \leq 1 \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) нет решений 2) $(-\infty; -1,4] \cup [2; 3] \cup \{9\}$
 3) $[-5; -1,4] \cup (2; 3] \cup \{9\}$ 4) $[-5; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ: _____.

14. При проведении химической реакции в растворе образуется нерастворимый осадок. Наблюдения показали, что каждую минуту образуется 0,5 г осадка. Найдите массу осадка (в граммах) в растворе спустя восемь минут после начала реакции.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Найдите CE , если $AB = 3$, $BC = 10$, $CD = 4$, $AD = 12$.

Ответ: _____.

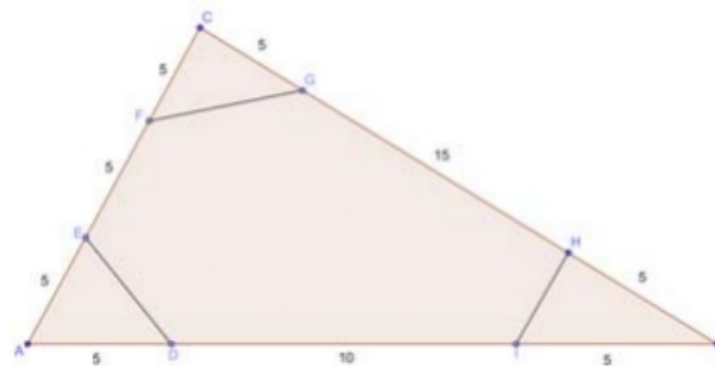
16. Расстояние от точки M до центра O окружности равно диаметру этой окружности. Через точку M проведены две прямые, касающиеся окружности в точках A и B . Найдите градусную меру большего угла треугольника AOB .

Ответ: _____.

17. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP : AD = 1 : 4$, Q – точка пересечения прямых AC и BP . Найдите отношение $\frac{AC}{AQ}$.

Ответ: _____.

18. Дан треугольник ABC . На стороне AB отмечены точки D и I таким образом, что $AD = BI = 5$ и $DI = 10$. На стороне AC отмечены точки E и F так, что $AE = CF = EF = 5$. На стороне BC отмечены точки G и H таким образом, что $CG = BH = 5$ и $GH = 15$ (см. рис.). Найдите площадь шестиугольника $DEFGHI$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Любой равносторонний треугольник является равнобедренным.
- 2) Если сумма двух углов треугольника больше его третьего угла, то этот треугольник – остроугольный.
- 3) Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой сумма соответственных углов равна 180° , то данные прямые параллельны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$x^3 + 7x^2 + 16x + 5 + (2x-1)\sqrt{-3x^2 - 7x + 5} = 0.$$

21. В ряд выписаны квадраты всех натуральных чисел, начиная с 1. Каждое число заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили так же и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел. Чему может равняться наименьшая сумма 452 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $x^2 + y = xy + x$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно четыре общие точки.

Модуль «Геометрия»

23. На боковых сторонах AD и BC трапеции $ABCD$ взяты точки P и Q соответственно, причём $AP: PQ = 3:2$. Отрезок PQ разбивает трапецию на части, одна из которых по площади вдвое больше другой. Найдите отношение $\frac{CQ}{QB}$, если

$$AB: BC = 3:2.$$

24. n красных и n синих точек, строго чередуясь, разделили окружность на $2n$ дуг так, что каждые две смежные из них имеют различную длину. При этом длины каждой из этих дуг равны одному из трёх чисел: a , b или c . Докажите, что n -угольник с красными вершинами и n -угольник с синими вершинами имеют равные периметры и равные площади.

25. На биссектрисе угла A треугольника ABC взята точка D так, что $AD = p - BC$, где p – полупериметр треугольника ABC . На биссектрисе угла B треугольника ABC взята точка E так, что $BE = p - AC$. На биссектрисе угла C треугольника ABC взята точка F так, что $CF = p - AB$ (см. рис.). Через точку D проведена прямая l_a , перпендикулярная AD . Через точку E проведена прямая l_b , перпендикулярная BE . Через точку F проведена прямая l_c , перпендикулярная CF . Прямая l_a пересекает стороны AB и AC в точках H и K соответственно. Прямая l_b пересекает стороны AB и BC в точках G и J соответственно. Прямая l_c пересекает стороны AC и BC в точках L и I соответственно. Прямая KH пересекает прямые LI и GJ в точках M и O соответственно. Прямые LI и GJ пересекаются в точке N . Найдите значение выражения: $\frac{S_{KLM} + S_{IJN} + S_{GHO}}{S_{MNO}}$.

