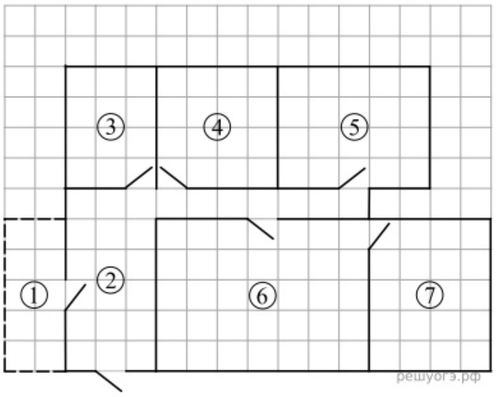
Вариант № 37812196

1. **Задание 1 № 366911**

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Балкон	Детская комната	Кабинет	Кухня
Цифры				



На плане изображена схема квартиры (сторона каждой клетки на схеме равна 1 м). Вход и выход осуществляются через единственную дверь.

При входе в квартиру расположен коридор, отмеченный цифрой 2. Слева от него расположен балкон. Перед входом в квартиру располагается совмещённый санузел, а справа от него — детская комната.

Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире, из гостиной можно попасть в кабинет. В конце коридора находится кухня площадью 20 м^2.

Пол в гостиной планируется покрыть паркетной доской длиной 1 м и шириной 0,25 м.

В квартире проведены газопровод и электричество.

Решение.

При входе в квартиру расположен коридор, отмеченный цифрой 2. Слева от него расположен балкон. Значит, балкон отмечен цифрой 1. Перед входом в квартиру располагается совмещённый санузел, а справа от него— детская комната, следовательно, детская комната отмечена на схеме цифрой 4. Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире, из гостиной можно попасть в кабинет, поэтому кабинет отмечен цифрой 7. В конце коридора находится кухня площадью 20 м^2, значит, кухня отмечена цифрой 5.

Ответ: 1475.

Ответ: 1475

2. Задание 2 № 366916

Паркетная доска продаётся в упаковках по 8 шт. Сколько упаковок с паркетной доской требуется купить, чтобы покрыть пол в гостиной?

Решение.

Заметим, что чтобы покрыть паркетной доской 1м ^{2} пола, требуется 4 доски. Найдём площадь гостиной:

$$7 \cdot 5 = 35\text{ м}^2.$$

Значит, требуется 35·4=140 досок. Следовательно, требуется $\frac{140}{8} = 17{,}5$ упаковок с паркетной доской. Таким образом, необходимо купить 18 упаковок.

Ответ: 18.
Ответ: 18

3. Задание 3 № 366917

Найдите площадь коридора (коридором считается площадь квартиры, незанятая комнатами или балконом). Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

Сторона одной клетки равна 1 м. Значит, площадь коридора равна:

$$3 \cdot 6 + 7 \cdot 1 = 25\text{ м}^2.$$

Ответ: 25.
Ответ: 25

4. Задание 4 № 366918

Найдите расстояние между противоположными углами детской комнаты в метрах. Ответ запишите в виде $\frac{d}{\sqrt{2}}$.

Решение.

Найдём расстояние между противоположными углами детской комнаты по теореме Пифагора:

$$\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

Таким образом, получаем ответ: $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4.$

Ответ: 4.
Ответ: 4

5. Задание 5 № 366919

Хозяин квартиры планирует установить в квартире плиту для готовки. Он рассматривает два варианта: газовая плита или электроплитка. Цены на плиты, данные о потреблении и тарифах оплаты даны в таблице.

	Цена	**Сред. расход газа / сред. потребл. мощность**	**Стоимость газа / электро-энергии**
Газовая плита	44 680 руб.	1,4 куб. м/ч	6 руб./куб. м
Электроплитка	21 000 руб.	5,8 кВт	4 руб./(кВт⋅ч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовую плиту. Через сколько часов непрерывного использования экономия от использования газовой плиты вместо электрической компенсирует разность в стоимости установки газовой плиты и электроплитки?

Решение.

Разница в стоимости покупки газовой плиты и электроплитки равна 44680−21000=23680руб. Час использования газовой плиты стоит 1,4·6=8,4руб. Час использования электроплитки стоит 5,8·4=23,2руб. Разница в стоимости составляет 23,2−8,4=14,8руб. Значит, экономия от использования газовой плиты вместо электроплитки компенсирует разность в стоимости установки газовой и электрической плит через $\frac{23680}{14,8}=1600$ часов.

Ответ: 1600.

Ответ: 1600

6. Задание 6 № 110

Найдите значение выражения $0,6\cdot(-10)^3+50.$

Решение.

Последовательно получаем:

$$0,6\cdot(-10)^3+50=0,6\cdot(-1000)+50=-600+50=-550.$$

Ответ: −550.

Ответ: -550

7. Задание 7 № 311302

Известно, что $0 < a < 1$. Выберите наименьшее из чисел.
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) a^2
2) a^3
3) $-a$
4) $\frac{1}{a}$

Решение.

Заметим, что по условию a положительно и находится в интервале от 0 до 1. Поэтому числа a^2, a^3 и $\frac{1}{a}$ тоже будут положительными, тогда как число $-a$ будет отрицательным. Таким образом, $-a$ является наименьшим из предложенных в качестве вариантов ответа чисел.

Правильный ответ указан под номером 3.

Примечание.

Приведем решение данной задачи с помощью числового моделирования. По условию a положительно и находится в интервале от 0 до 1, пусть $a=0{,}5$. Тогда $a^2=0{,}25$, $a^3=0{,}125$, $\frac{1}{a}=2$, $-a=-0{,}5$. Наименьшим из этих чисел является $-a=-0{,}5$. Правильный ответ указан под номером 3.

Заметим, что в условии указано, что положительным является число a, тогда число $-a$ будет отрицательным.

Ответ: 3

8. Задание 8 № 137285

Найдите значение выражения $5\sqrt{11}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{22}$.

Решение.

Упростим выражение, разложив подкоренные выражения на множители и вынесем за знак корня полные квадраты чисел:

$$5\sqrt{11}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{22}=5\cdot\sqrt{11}\cdot 2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2\cdot 11}=5\cdot 2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}=5\cdot 2\cdot 2\cdot 11=220.$$

Ответ: 220.

Ответ: 220

9. Задание 9 № 352221

Найдите корень уравнения $2x^2+4x-4=x^2+5x+(-3+x^2)$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$2x^2+4x-4=x^2+5x+(-3+x^2)\Leftrightarrow 4x-5x=-3+4\Leftrightarrow x=-1.$$

Ответ: −1.

Ответ: -1

10. Задание 10 № 325453

Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечетное число очков.

Решение.

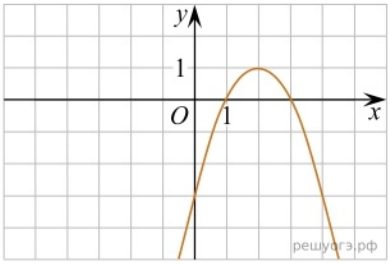
При бросании кубика равновозможны шесть различных исходов. Событию "выпадет нечётное число очков" удовлетворяют три случая: когда на кубике выпадает 1, 3 или 5 очков. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет нечётное число очков равна $\dfrac{3}{6}=0,5.$

Ответ: 0,5.

Ответ: 0,5

11. Задание 11 № 339079

На рисунке изображён график функции $y=ax^2+bx+c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения удовлетворяются.



УТВЕРЖДЕНИЯ	□	ПРОМЕЖУТКИ
А) Функция возрастает на промежутке	□	1) [0;□3] 2) [−□1;□1]
Б) Функция убывает на промежутке		3) [2;□4] 4) [1;□4]

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б
□	□

Решение.

Заметим, что функция возрастает на промежутке (−∞;2] и убывает на промежутке [2;+∞). Таким образом, она возрастает на промежутке [−□1;□1] и убывает на промежутке [2;□4].

Ответ: 23.

Примечание.

Заметим, что если функция непрерывна на промежутке [*a*;□*b*] и возрастает (убывает) на промежутке (*a*;□*b*), то она возрастает (убывает) на промежутке [*a*;□*b*]. Таким образом, утверждение, что данная функция убывает на промежутке [2;4], является верным, хотя точка 2 является точкой максимума функции.

Ответ: 23

12. Задание 12 № 311920

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 45 м/с^2.

Решение.

Выразим радиус окружности: $R=\dfrac{a}{\omega^2}$. Подставим значения переменных a и ω :

$$R=\frac{45}{3^2}=\frac{45}{9}=5.$$

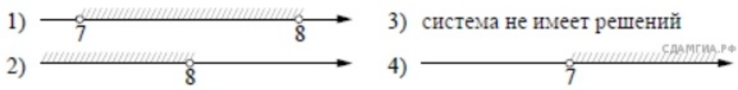
Ответ: 5.

Ответ: 5

13. Задание 13 № 341322

На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

$$\begin{cases}-35+5x>0,\\ 6-3x>-18?\end{cases}$$



Решение.

Решим систему:

$$\begin{cases}-35+5x>0,\\ 6-3x>-18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x>35,\\ 3x<24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>7,\\ x<8\end{cases}\Leftrightarrow 7<x<8.$$

Решением системы является отрезок, изображённый под номером 1.

Ответ: 1.

Ответ: 1

14. Задание 14 № [393958]

Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение.

Каждый год прибыль компании «Альфа» составляла 200% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 300% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Альфа» была сумма

$$5000 \cdot 3^{2006-2001} = 5000 \cdot 3^5 = 5000 \cdot 243 = 1\,215\,000 \text{ долларов.}$$

Каждый год прибыль компании «Бета» составила 400% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 500% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Бета» была сумма

$$10\,000 \cdot 5^{2006-2003} = 10\,000 \cdot 5^3 = 10\,000 \cdot 125 = 1\,250\,000.$$

Таким образом, капитал компании «Бета» был на 35 000 долларов больше.

Ответ: 35 000.
Ответ: 35000

15. Задание 15 № [132778]

Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 1:2. Ответ дайте в градусах.

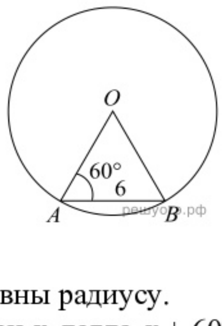
Решение.

Пусть x — меньший угол трапеции, а $2x$ — больший угол. У равнобедренной трапеции углы при основаниях равны, поэтому их сумма равна $x + 2x + x + 2x = 6x$. Поскольку она равна 360°, находим: $x = 60°$.

Ответ: 60.
Ответ: 60

16. Задание 16 № [90]

Центральный угол AOB опирается на хорду AB длиной 6. При этом угол OAB равен 60°. Найдите радиус окружности.



Решение.

Рассмотрим треугольник AOB: он равнобедренный, его боковые стороны равны радиусу.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны. Пусть AOB равен x, тогда $x + 60° + 60° = 180°$, где $x = 60°$. Треугольник, у которого все углы равны, — равносторонний треугольник; значит, радиус равен 6.

Ответ: 6.
Ответ: 6

17. Задание 17 № 169888

Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 6π, а угол сектора равен 120°. В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

Решение.

Найдем радиус сектора из формулы длины дуги:

$$L = \frac{\pi r}{180} \cdot \alpha \Leftrightarrow r = \frac{L \cdot 180}{\alpha \cdot \pi} = 9.$$

.

Площадь сектора равна:

$$\frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot 81}{360} \cdot 120 = 27\pi.$$

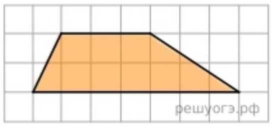
Ответ: 27.

В открытом банке ответ с числом π.

Ответ: 27

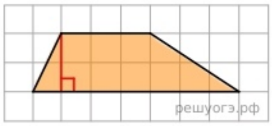
18. Задание 18 № 348613

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Решение.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту. Таким образом,



$$S = \frac{1}{2} \cdot (3 + 7) \cdot 2 = 10$$

Ответ: 10.

Ответ: 10

19. Задание 19 № 341410

Какое из следующих утверждений верно?

1) Точка касания двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
2) В параллелограмме есть два равных угла.
3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Точка касания двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей» — *неверно*: точка касания двух окружностей удалена от центра на величину радиуса каждой окружности.

2) «В параллелограмме есть два равных угла» — *верно*, в параллелограмме противоположные углы равны.

3) «Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов» — *неверно*: площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.

Ответ: 2.

Ответ: 2

20. Задание 20 № 314303

Упростите выражение

$$\frac{x+9}{x-3}-\frac{6}{x^2-9}:\frac{6}{(x+3)^2}-\frac{3x-3}{x-3}.$$

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{x+9}{x-3}-\frac{6}{x^2-9}:\frac{6}{(x+3)^2}-\frac{3x-3}{x-3}=\frac{x+9-3x-(-3)}{x-3}-\frac{6}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{(x+3)^2}{6}=$$

$$=\frac{12-2x}{x-3}-\frac{x+3}{x-3}=\frac{9-3x}{x-3}=\frac{-3(x-3)}{x-3}=-3.$$

Ответ: −3.

21. Задание 21 № 314488

Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть S км — расстояние, на которое отплыл рыболов. Зная, что скорость течения реки — 2 км/ч, а скорость лодки — 6 км/ч, найдём, что время, за которое он проплыл туда и обратно, составляет $\frac{S}{6-2}+\frac{S}{6+2}$ ч. Учитывая, что он был на стоянке 2 часа и вернулся через 5 часов после отплытия можно составить уравнение:

$$\frac{S}{4}+\frac{S}{8}+2=5.$$

Отсюда $S=8$ км.

Ответ: 8 км.

22. Задание 22 № 311662

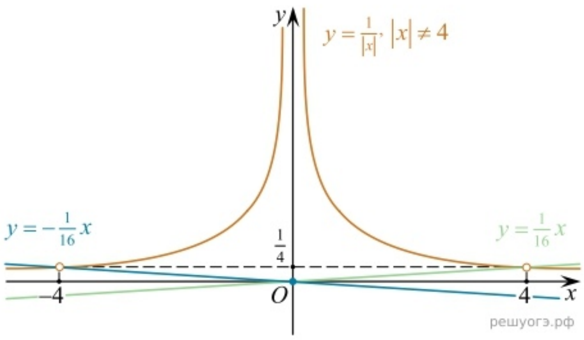
Постройте график функции $y=\dfrac{|x|-4}{x^2-4|x|}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $\dfrac{|x|-4}{x^2-4|x|}=\dfrac{|x|-4}{|x|(|x|-4)}=\dfrac{1}{|x|}$ при $|x|\neq 4$.

Значит, $y=\begin{cases}\dfrac{1}{|x|}, \text{ если } x\neq\pm 4,\\ \text{не определена при } x=-4 \text{ или } x=4.\end{cases}$

Построим ветвь гиперболы $y=\dfrac{1}{x}$ при $x>0$ и удалим точку $\left(4;\ \dfrac{1}{4}\right)$. Затем построим вторую часть графика симметрично первой относительно оси ординат.



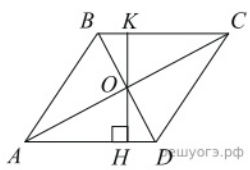
На рисунке видно, что прямая $y=kx$ не имеет с построенным графиком общих точек, если она горизонтальна, либо проходит через одну из удаленных точек $\left(4;\ \dfrac{1}{4}\right)$ или $\left(-4;\ \dfrac{1}{4}\right)$. Этим случаям соответствуют значения $k=0,\ k=-\dfrac{1}{16}$ и $k=\dfrac{1}{16}$.

Ответ: $0,\ -\dfrac{1}{16},\ \dfrac{1}{16}$.

23. Задание 23 № 324778

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

Решение.



Введём обозначения, как показано на рисунке. Пусть диагональ AC равна 76. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и делятся точкой пересечения пополам. Рассмотрим треугольник AOH, он прямоугольный, найдём синус угла OAH: $\sin\angle OAH=\dfrac{OH}{AO}=\dfrac{19}{38}=\dfrac{1}{2}$, следовательно, угол OAH равен 30°. Рассмотрим треугольники AOB и AOD, они прямоугольные, AO — общая, $AB=AD$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $\angle BAO=\angle OAD=30^\circ$, поэтому $\angle BAD=2\cdot 30^\circ=60^\circ$. Сумма углов ромба, прилежащих к одной стороне, равна 180°, откуда $\angle ABC=180^\circ-\angle BAD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.

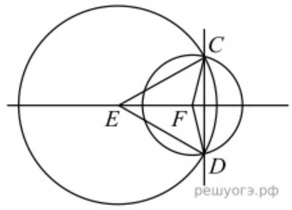
Ответ: 60°, 60°, 120°, 120°.

24. Задание 24 № 340906

Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D, причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD. Докажите, что $CD \perp EF$.

Решение.

Точка E равноудалена от C и D , поэтому она лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD. То же можно сказать и о F. Значит, EF — серединный перпендикуляр к CD, то есть CD ⊥ EF.

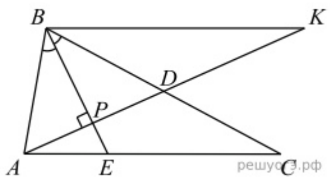


25. Задание 25 № 333323

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника ABC.

Решение.

Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рис.). Треугольник ABD — равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому



$$AP = PD = 48;\ BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} \Leftrightarrow \frac{CE}{AE} = 2 \Leftrightarrow AC = 3AE.$$

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC. Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD. Тогда $BK = AC = 3AE$, поскольку треугольники BDK и ADC равны по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Из подобия треугольников APE и KPB следует, что $\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}$. Поэтому $PE = 24$ и $PB = 72$. Следовательно

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 24\sqrt{13};\ BC = 2AB = 48\sqrt{13};$$
$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 24\sqrt{5};\ AC = 3AE = 72\sqrt{5}.$$

Ответ: $24\sqrt{13},\ 48\sqrt{13},\ 72\sqrt{5}$.

Примечание.

Решение аналогичной задачи методом площадей дано Алексеем Котовым (Москва) в № 357152.