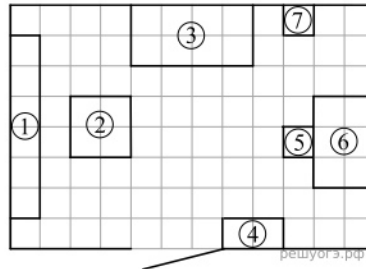


Вариант № 37812187

1. Задание 1 № 367005

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Книжный шкаф	Диван	Торшер	Стул
Цифры				



Владелец собирается провести ремонт своей квартиры. На плане изображена предполагаемая расстановка мебели в гостиной после ремонта. Сторона каждой клетки равна 0,4 м. Гостиная имеет прямоугольную форму. Единственная дверь гостиной деревянная, в стене напротив двери расположено окно. Справа от двери будет поставлен комод, слева от двери у стены будет собран книжный шкаф. В глубине комнаты у стены планируется поставить диван. Перед книжным шкафом будет поставлено кресло. Справа от дивана будет стоять торшер. Площадь, занятая диваном, по плану будет равна $1,28 \text{ м}^2$. У стены справа от двери планируется поставить письменный стол, а перед ним поставить стул. Пол гостиной (в том числе там, где будет стоять мебель) планируется покрыть паркетной доской размером $40 \text{ см} \times 20 \text{ см}$. Кроме того, владелец квартиры планирует смонтировать в гостиной электрический подогрев пола. Чтобы сэкономить, владелец не станет подводить обогрев под книжный шкаф, кресло, диван и комод, а также на участок площадью $0,16 \text{ м}^2$ между диваном и торшером.

Решение.

Слева от двери у стены будет собран книжный шкаф, значит, книжный шкаф отмечен цифрой 1. В глубине комнаты у стены планируется поставить диван, поэтому диван отмечен на плане цифрой 3. Справа от дивана будет стоять торшер, следовательно, торшер отмечен цифрой 7. У стены справа от двери планируется поставить письменный стол, а перед ним поставить стул, значит, стул отмечен цифрой 5.

Ответ: 1375.

Ответ: 1375

2. Задание 2 № 367006

Паркетная доска продаётся в упаковках по 15 штук. Сколько упаковок с паркетной доской нужно купить, чтобы покрыть пол гостиной?

Решение.

Заметим, что чтобы покрыть паркетной доской $0,16 \text{ м}^2$ пола, требуется 2 доски. Найдём площадь гостиной:

$$0,4 \cdot 8 \cdot 0,4 \cdot 12 = 15,36 \text{ м}^2.$$

Значит, требуется $\frac{15,36}{0,16} \cdot 2 = 192$ доски. Следовательно, требуется $\frac{192}{15} = 12,8$ упаковок с паркетной доской. Таким образом, необходимо купить 13 упаковок.

Ответ: 13.

Ответ: 13

3. Задание 3 № 367007

Найдите площадь той части гостиной, на которой будет смонтирован электрический подогрев пола. Ответ дайте в м^2 .

Решение.

Сторона одной клетки равна $0,4\text{м}$. Значит, площадь гостиной равна:

$$0,4 \cdot 8 \cdot 0,4 \cdot 12 = 15,36 \text{ м}^2.$$

Владелец не станет подводить обогрев под книжный шкаф, кресло, диван и комод, а также на участок площадью $0,16\text{м}^2$ между диваном и торшером. Книжный шкаф занимает площадь $0,4 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 6 = 0,96\text{м}^2$. Диван занимает $1,28\text{м}^2$. Кресло занимает участок площадью $0,4 \cdot 2 \cdot 0,4 \cdot 2 = 0,64\text{м}^2$. Комод занимает участок площадью $0,4 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 2 = 0,32\text{м}^2$. Значит, площадь той части гостиной, на которой будет смонтирован электрический подогрев пола, равна

$$15,36 - 0,16 - 0,96 - 1,28 - 0,64 - 0,32 = 12 \text{ м}^2.$$

Ответ: 12.

Ответ: 12

4. Задание 4 № 367008

Найдите расстояние d между противоположными углами кресла (диагональ). Ответ дайте в метрах в формате $\frac{d}{\sqrt{2}}$.

Решение.

Найдём расстояние между противоположными углами кресла по теореме Пифагора:

$$\sqrt{0,8^2 + 0,8^2} = \sqrt{0,64 + 0,64} = \sqrt{1,28} = 0,8\sqrt{2} \text{ м.}$$

Таким образом, получаем ответ: $\frac{0,8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

Ответ: 0,8

5. Задание 5 № 367009

Владелец квартиры выбирает торшер из двух моделей А и Б. Цена торшеров и их среднее суточное потребление электроэнергии указаны в таблице. Цена электроэнергии составляет 4 рубля за кВт⋅ч.

Модель	Цена торшера (руб)	Среднее потребление электроэнергии в сутки, кВт⋅ч
А	2 000	0,2
Б	1 200	0,3

Обдумав оба варианта, владелец квартиры выбрал модель А. Через сколько лет непрерывной работы экономия от меньшего расхода электроэнергии окупит разницу в цене этих торшеров? Ответ округлите до целого числа в большую сторону.

Решение.

Разница в стоимости торшеров равна $2000 - 1200 = 800$ руб. Стоимость электроэнергии за сутки работы первого торшера равна $4 \cdot 0,2 = 0,8$ руб. Стоимость электроэнергии за сутки работы второго торшера равна $4 \cdot 0,3 = 1,2$ руб. Значит, при установке первого торшера владелец квартиры за сутки экономит $1,2 - 0,8 = 0,4$ руб. Следовательно, в год владелец квартиры экономит $0,4 \cdot 365 = 146$ руб. Таким образом, экономия от меньшего расхода электроэнергии окупит разницу в цене этих торшеров через $\frac{800}{146} = 5,48$ лет. Округлив, получаем ответ: через 6 лет.

Ответ: 6.

Ответ: 6

6. Задание 6 № 58

Найдите значение выражения $\frac{6,9 - 1,5}{2,4}$.

Решение.

Умножим числитель и знаменатель на 10:

$$\frac{6,9 - 1,5}{2,4} = \frac{69 - 15}{24} = \frac{54}{24} = \frac{9}{4} = 2,25.$$

Ответ: 2,25.

Ответ: 2,25

7. Задание 7 № 316987

Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $b - a < -2$
- 2) $a - b > -1$
- 3) $a - b < 3$
- 4) $b - a > -3$

Решение.

Рассмотрим каждое из приведённых неравенств.

1) $b - a < -2 \Leftrightarrow a > b + 2$. Данное неравенство будет верным не для любых значений a и b таких, что $a > b$, например, это неравенство не выполняется для значений $a = 2, b = 1$.

2) $a - b > -1 \Leftrightarrow a > b - 1$. Поскольку $a > b$, a больше $b - 1$.

3) $a - b < 3 \Leftrightarrow a < b + 3$. Данное неравенство будет верным не для любых значений a и b таких, что $a > b$, например, это неравенство не выполняется для значений $a = 10, b = 1$.

4) $b - a > -3 \Leftrightarrow a < b + 3$. Данное неравенство будет верным не для любых значений a и b таких, что $a > b$, например, это неравенство не выполняется для значений $a = 10, b = 1$.

Правильный ответ указан под номером: 2.

Ответ: 2

8. Задание 8 № 36

Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$(2 - c)^2 - c(c + 4) = 4 - 4c + c^2 - c^2 - 4c = -8c + 4.$$

Найдём значение полученного выражения при $c = 0,5$:

$$-8 \cdot 0,5 + 4 = -4 + 4 = 0.$$

Ответ: 0.

Ответ: 0

9. Задание 9 № 311755

Решите уравнение $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$.

Решение.

Умножим левую и правую часть уравнения на 4, получаем:

$$10x + 8 + 12 = 9x \Leftrightarrow x = -20.$$

Ответ: -20.

Ответ: -20

10. Задание 10 № 132732

На тарелке 12 пирожков: 5 с мясом, 4 с капустой и 3 с вишней. Наташа наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Решение.

Вероятность того, что будет выбран пирожок с вишней равна отношению количества пирожков с вишней к общему количеству пирожков: $\frac{3}{12} = 0,25$.

Ответ: 0,25

Ответ: 0,25

11. Задание 11 № 339091

Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции

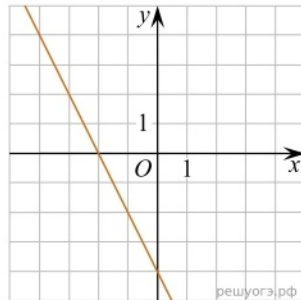
А) $y = -2x + 4$

Б) $y = 2x - 4$

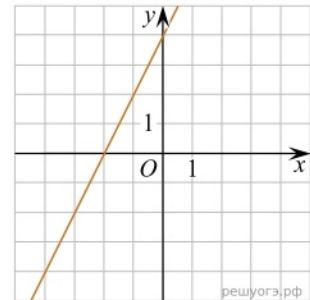
В) $y = 2x + 4$

Графики

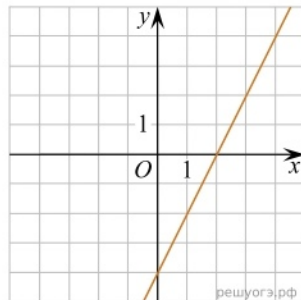
1)



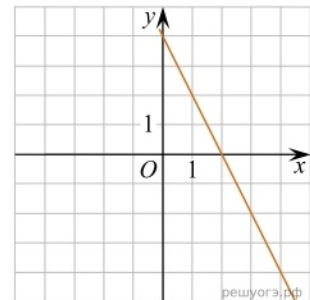
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Решение.

Если прямая задана уравнением $y = kx + b$, то при $k > 0$ функция возрастает, при $k < 0$ — убывает. Значению b соответствует значение функции в точке $x = 0$.

Уравнение $y = -2x + 4$ задаёт убывающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 4.

Уравнение $y = 2x - 4$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке -4.

Уравнение $y = 2x + 4$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 4.

Тем самым, искомое соответствие: А — 4, Б — 3, В — 2.

Ответ: 432.

Ответ: 432

12. Задание 12 № 46

Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение.

Подставим в формулу значение T : $2\sqrt{l} = 3 \Leftrightarrow 4l = 9 \Leftrightarrow l = 2,25$ м.

Ответ: 2,25.

Примечание.

Период колебаний математического маятника вычисляется по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где g — ускорение свободного падения. При приближенных вычислениях можно принять $\sqrt{g} \approx \pi$ и использовать формулу, приведенную в условии задачи.

Ответ: 2,25

13. Задание 13 № 351881

Решите неравенство $x^2 - 64 \geq 0$

- 1) $[-8; 8]$
- 2) $(-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$
- 3) нет решений
- 4) $(-\infty; +\infty)$

Решение.

Решим неравенство: $x^2 - 64 \geq 0$. Корнями уравнения $x^2 - 64 = 0$ являются числа -8 и 8. Поэтому

$$x^2 - 64 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 8)(x + 8) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -8] \cup [8; +\infty).$$

Ответ: 2

Ответ: 2

14. Задание 14 № 394316

Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м?

Решение.

Последовательность пройденных расстояний представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1=1400$ и разностью $d=-100$. Сумма n первых членов этой прогрессии $\frac{2 \cdot a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$ равна 5000:

$$\frac{2 \cdot 1400 + (n-1) \cdot (-100)}{2} \cdot n = 5000 \Leftrightarrow n \cdot (2800 + (-100)(n-1)) = 10000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100n^2 - 2900n + 10000 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 29n + 100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4, \\ n = 25. \end{cases}$$

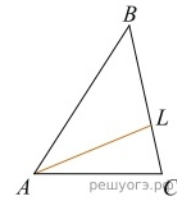
Следовательно, через 4 дня альпинисты достигнут вершины.

Ответ: за 4 дня.

Ответ: 4

15. Задание 15 № [339369](#)

В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 112° , угол ABC равен 106° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть угол BAL равен α , угол ACB равен β . Сумма углов в треугольнике ABC равна 180° , откуда $2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ$. Аналогично, из треугольника ALC $\alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ, \\ \alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(68^\circ - \beta) + \beta = 74^\circ, \\ \alpha = 68^\circ - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 62^\circ, \\ \alpha = 6^\circ. \end{cases}$$

Таким образом, угол ACB равен 62° .

Ответ: 62.

Приведем другое решение.

Угол ALC является внешним углом треугольника ABL . Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. Следовательно, $\angle ALC = \angle ABC + \angle BAL$, откуда $\angle BAL = \angle ALC - \angle ABC = 112^\circ - 106^\circ = 6^\circ$, тогда $\angle BAC = 2 \cdot \angle BAL = 2 \cdot 6^\circ = 12^\circ$.

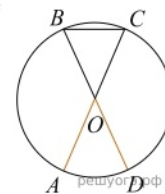
Сумма углов в треугольнике ABC равна 180° , откуда $\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC) = 180^\circ - (12^\circ + 106^\circ) = 62^\circ$.

Таким образом, угол ACB равен 62° .

Ответ: 62

16. Задание 16 № [340116](#)

AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 79° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Угол ACB — вписанный, опирается на дугу AB , поэтому он равен половине дуги AB , то есть величина дуги AB равна $2 \cdot 79^\circ = 158^\circ$. Поскольку BD — диаметр, градусная мера дуги BAD равна 180° . Градусная мера дуги AD равна разности градусных мер дуг BAD и AB : $180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$. Угол AOD — центральный, поэтому он равен дуге, на которую опирается, следовательно, он равен 22° .

Ответ: 22.

Ответ: 22

17. Задание 17 № 169863

Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

**Решение.**

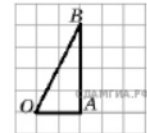
Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон. Таким образом, сторона квадрата равна 10. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.

Ответ: 100

18. Задание 18 № 340589

Найдите тангенс угла AOB , в треугольнике, изображённом на рисунке.

**Решение.**

Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение длины противолежащего катета к длине прилежащего:

$$\operatorname{tg} AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{4}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

Ответ: 2

19. Задание 19 № 67

Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Вертикальные углы равны.
- 3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны» — *верно* по признаку подобия треугольников.
- 2) «Вертикальные углы равны» — *верно*, это теорема планиметрии.
- 3) «Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой» — *неверно*, это утверждение справедливо только для равностороннего треугольника.

Ответ: 12.

Примечание.

Заметим, что признак подобия треугольников в учебнике геометрии сформулирован так: "если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны". В утверждении номер 1 опущено слово "соответственно", что не меняет сути.

Ответ: 12

20. Задание 20 № [311582](#)

Упростите выражение: $\square \square \square \frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.

Решение.

$$1) \square \square \square \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} = \frac{10(a^2-1)}{(a-1)^2 \cdot 10} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1}$$

$$2) \square \square \square \frac{6}{a-1} - \frac{a+1}{a-1} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6-a-1-2a-2}{a-1} = \frac{3-3a}{a-1} = -3.$$

Ответ: -3 .

21. Задание 21 № [338961](#)

Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Средняя скорость — это отношение пройденного пути к времени движения. Пусть весь путь составляет S км, тогда первую половину пути автомобиль проехал за $\frac{S}{2 \cdot 55}$ часов, а вторую — за

$\frac{S}{2 \cdot 70}$ часов. Средняя скорость автомобиля равна:

$$\frac{S}{\frac{S}{2 \cdot 55} + \frac{S}{2 \cdot 70}} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 55}{70 + 55} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 55}{125} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 14}{5} = 61,6 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 61,6.

22. Задание 22 № [338253](#)

Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Раскроем модуль:

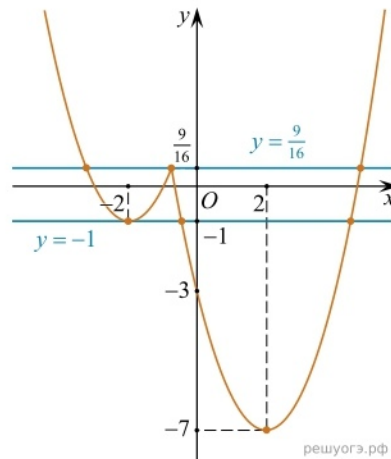
$$y = x^2 - |4x + 3| = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & \text{при } x < -\frac{3}{4} \\ x^2 - 4x - 3, & \text{при } x \geq -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Выделим полные квадраты:

$$\begin{aligned} y = x^2 + 4x + 3 &= x^2 + 4x + 4 - 1 = (x + 2)^2 - 1; \\ y = x^2 - 4x - 3 &= x^2 - 4x + 4 - 3 - 4 = (x - 2)^2 - 7. \end{aligned}$$

Следовательно, график функции $y = x^2 + 4x + 3$ получается из графика функции $y = x^2$ сдвигом на $(-2; \mp 1)$; а график функции $y = x^2 - 4x - 3$ — сдвигом на $(2; \mp 7)$.

Этот график изображён на рисунке:



Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно три общие точки при $m = -1$ и $m = y\left(-\frac{3}{4}\right) = 0,5625$.

Ответ: $-1; 0,5625$.

23. Задание 23 № [311706](#)

Высота треугольника разбивает его основание на два отрезка с длинами 8 и 9. Найдите длину этой высоты, если известно, что другая высота треугольника делит ее пополам.

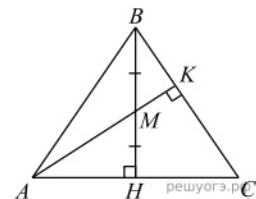
Решение.

Пусть высота BH треугольника ABC разбивает основание AC на отрезки $AH = 8$ и $CH = 9$, высота AK пересекает высоту BH в точке M , причем $BM = MH = x$. Треугольники AHM , BKM и BHC подобны, поскольку они прямоугольные и первые два имеют равные углы (углы AMH и BMK равны как вертикальные), а вторые два имеют общий угол. Получаем пропорцию

$$\frac{MH}{AH} = \frac{CH}{BH}, \text{ то есть } \frac{x}{8} = \frac{9}{2x}, \text{ откуда } x^2 = 36.$$

Следовательно, $BM = 6$ и $BH = 12$.

Ответ: 12.

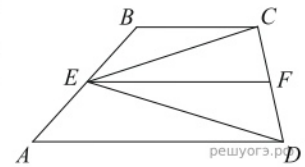


24. Задание 24 № 333026

Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Решение.

Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка F лежит на стороне CD . Отрезок EF — средняя линия трапеции $ABCD$, значит, высоты треугольников EFD и CEF , проведённые к стороне EF , равны между собой и равны половине высоты трапеции h . Имеем



$$\begin{aligned} S_{CED} &= S_{EFD} + S_{EFC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot EF + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot EF = \\ &= \frac{1}{2} h \cdot EF = \frac{1}{2} h \cdot \frac{1}{2} (AD + BC) = \frac{1}{2} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

Приведем другое решение.

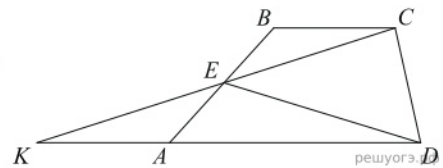
Проведём EF параллельно AD . Поскольку $BC \parallel EF \parallel AD$ и $AE = EB$ по теореме Фалеса получаем, что $CF = FD$. Следовательно, EF — средняя линия. Пусть h — длина высоты трапеции. Площадь трапеции равна:

$$S_{ABCD} = S_{EBC} + S_{ECD} + S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} BC + S_{ECD} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} AD = S_{ECD} + \frac{1}{2} \cdot \frac{AD + BC}{2} h = S_{ECD} + \frac{1}{2} S_{ABCD}.$$

Откуда получаем, что $S_{ECD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.

Приведем еще одно решение.

Продолжим CE до пересечения с прямой AD в точке K . Заметим, что в треугольниках KAE и BCE стороны AE и BE равны по условию, углы при вершине E равны как вертикальные, а углы EAK и CBE равны как накрест лежащие. Значит, треугольники KAE и BCE равны.



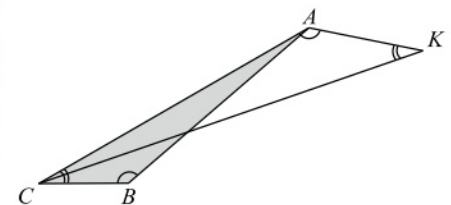
Следовательно, их площади равны, то есть площадь трапеции равна площади треугольника CDK . Но из равенства треугольников также вытекает, что $KE = CE$, то есть DE — медиана в треугольнике CDK . Тогда треугольник DEC по площади составит половину треугольника CDK , а значит, и данной трапеции.

25. Задание 25 № 311252

Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $2\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$, 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причем отрезок KC пересекает отрезок AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если $\angle KAC > 90^\circ$.

Решение.

Рассмотрим подобные треугольники ABC и AKC и установим соответствие между их углами. AC — наибольшая сторона треугольника ABC , а значит, $\angle ABC$ — наибольший угол треугольника ABC . Так как в треугольнике AKC есть тупой угол $\angle KAC$, то в треугольнике ABC это угол $\angle ABC$. Следовательно, угол $\angle ACB$ треугольника ABC не равен углу $\angle KAC$ треугольника AKC . Он также не равен углу $\angle KCA$ т.к. больше его (луч CK проходит между лучами CA и CB). Следовательно, $\angle AKC = \angle ACB$. По теореме косинусов в треугольнике ABC имеем:



$$\cos \angle AKC = \cos \angle ACB = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} \Leftrightarrow \cos \angle AKC = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Ответ: $\cos \angle AKC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.