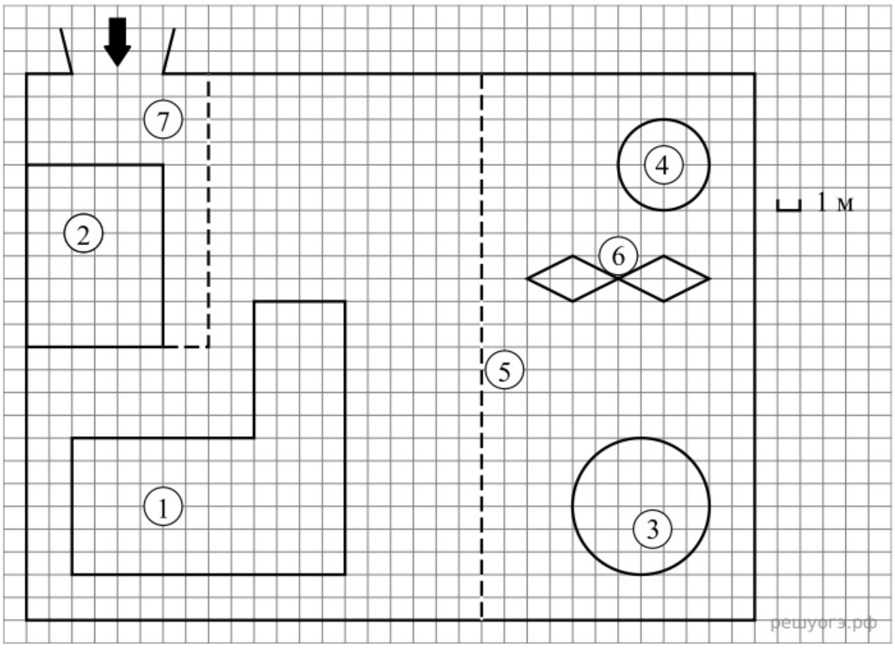
Вариант № 37812186

1. **Задание 1 № 369696**

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	гараж	бассейн	клумбы
Цифры				



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Сергеево, 8-й Кленовый пер, д. 1 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок напротив ворот находится гараж, а за гаражом — жилой дом. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Слева от ворот находится большой газон, отмеченный на плане цифрой 5. На газоне имеются круглый бассейн, беседка и две ромбовидные клумбы. Беседка отмечена на плане цифрой 4. При въезде на участок имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой размером 0,2 м × 0,1 м и обозначенная на плане цифрой 7.

Решение.

При входе на участок напротив ворот находится гараж, а за гаражом— жилой дом. Значит, гараж отмечен цифрой 2, а жилой дом— цифрой 1. Слева от ворот находится большой газон, отмеченный на плане цифрой 5. На газоне имеются круглый бассейн, беседка и две ромбовидные клумбы. Беседка отмечена на плане цифрой 4. Следовательно, бассейн отмечен цифрой 3, а клумбы — цифрой 6.

Ответ: 1236.

Ответ: 1236

2. Задание 2 № 369698

Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 45 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Решение.

Заметим, что, поскольку одна плитка имеет площадь 0,02м ^{2}, для площадки перед гаражом понадобится $\frac{1}{0,02}\cdot 4\cdot 8+\frac{1}{0,02}\cdot 2\cdot 8=2400$ плиток. Теперь найдём, сколько упаковок плитки понадобилось: $\frac{2400}{45}=53,3.$

Следовательно, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом понадобится 54 упаковки плитки.

Ответ: 54.
Ответ: 54

3. Задание 3 № 369697

Найдите площадь, которую занимает одна клумба. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

Площадь, которую занимает одна клумба, равна:

$$S=2\cdot 4\cdot \frac{1}{2}=4\ \text{м}^2.$$

Ответ: 4.
Ответ: 4

4. Задание 4 № 369699

Во сколько раз площадь бассейна больше площади беседки?

Решение.

Площадь бассейна равна

$$S_1=\pi R^2=\pi\cdot 3^2=9\pi\ \ \text{м}^2.$$

Площадь беседки равна

$$S_2=\pi R^2=\pi\cdot 2^2=4\pi\ \ \text{м}^2.$$

Значит, площадь бассейна больше площади беседки в $\frac{9\pi}{4\pi}=2,25$ раза.

Ответ: 2,25.
Ответ: 2,25

5. Задание 5 № 369700

Хозяин участка хочет обновить газон к новому дачному сезону. Для этого он планирует купить семена газонной травы у одного из поставщиков. Цена одной упаковки семян, её масса и рекомендуемый расход указаны в таблице.

Поставщик	Цена 1 уп. семян (руб.)	Масса 1 уп. семян (кг)	Рекомендуемый расход 1 уп. семян (кв. м.)
А	500	1,8	63
Б	330	1	40
В	340	1	45
Г	290	1	35

Территорию, занятую бассейном и беседкой, засевать не предполагается. Клумбы планируется убрать и на их месте тоже засеять газонную траву. Число π возьмите равным 3. Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Решение.

Площадь, которую необходимо засеять газонной травой, равна

$$12\cdot 24-3\cdot 3^2-3\cdot 2^2=249\ \text{ м}^2.$$

Для варианта А необходимо $\dfrac{249}{63}=3,95$ упаковок, следовательно, требуется купить 4 упаковки семян. Стоимость четырёх упаковок равна $500\cdot4=2000$ руб.

Для варианта Б необходимо $\dfrac{249}{40}=6,225$ упаковок, следовательно, требуется купить 7 упаковок семян. Стоимость семи упаковок равна $330\cdot7=2310$ руб.

Для варианта В необходимо $\dfrac{249}{45}=5,53$ упаковки, следовательно, требуется купить 6 упаковок семян. Стоимость шести упаковок равна $340\cdot6=2040$ руб.

Для варианта Г необходимо $\dfrac{249}{35}=7,1$ упаковок, следовательно, требуется купить 8 упаковок семян. Стоимость восьми упаковок равна $290\cdot8=2320$ руб.

Ответ: 2000.
Ответ: 2000

6. Задание 6 № 333006

Найдите значение выражения $\dfrac{12}{20\cdot 3}$.

Решение.

Имеем:

$$\frac{12}{20\cdot 3}=\frac{1}{5}=0,2.$$

Ответ: 0,2.
Ответ: 0,2

7. Задание 7 № 340578

На координатной прямой отмечена точка A.

Известно, что она соответствует одному из четырех указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

1) $\dfrac{181}{16}$
2) $\sqrt{37}$
3) 0,6
4) 4

Решение.

Заметим, что $5 < A < 10$. Сравним каждое из приведённых чисел с пятёю и десятью:

1) $\dfrac{181}{16} = 11\dfrac{5}{16} > 10.$

2) В силу цепочки неравенств: $\sqrt{37} < 10 \Leftrightarrow 37 < 100,\quad 5 < \sqrt{37} \Leftrightarrow 25 < 37.$ Таким образом, $5 < \sqrt{37} < 10.$

3) $0,6 < 5 < 10$

4) $4 < 5 < 10.$

Правильный ответ указан под номером: 2.

Ответ: 2

8. Задание 8 № 311383

Найдите значение выражения $a^{12} \cdot (a^{-4})^4$ при $a = -\dfrac{1}{2}$.

Решение.

Упростим выражение:

$$a^{12} \cdot (a^{-4})^4 = a^{12} \cdot (a^{-16}) = a^{-4}.$$

При $a = -\dfrac{1}{2}$, значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16.

Ответ: 16

9. Задание 9 № 338494

Решите уравнение $(x-4)^2 + (x+9)^2 = 2x^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$(x-4)^2 + (x+9)^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + x^2 + 18x + 81 = 2x^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 10x = -97 \Leftrightarrow x = -9,7.$$

Ответ: −9,7.

Ответ: -9,7

10. Задание 10 № [132736]

В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдет приз в своей банке.

Решение.

Так как в каждой десятой банке кофе есть приз, то вероятность выиграть приз равна $0,1$. Поэтому, вероятность не выиграть приз равна $1-0,1=0,9$.

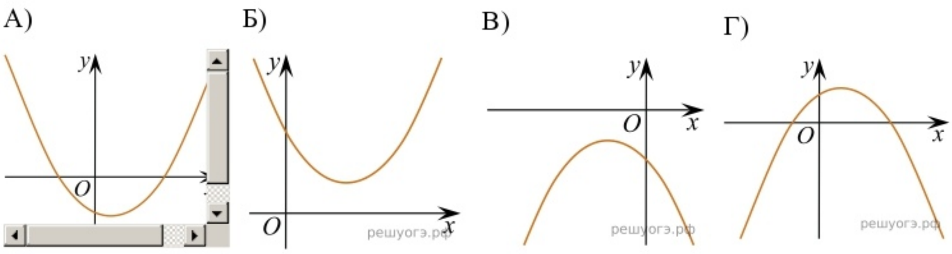
Ответ:0,9.

Ответ: 0,9

11. Задание 11 № [339184]

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента a и дискриминанта D.

Графики



Знаки чисел

1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D > 0$ 4) $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Решение.

График функции $y=ax^2+bx+c$ — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если $a>0$ и вниз, если $a<0$. При $D>0$ уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет два корня, то есть график функции $y=ax^2+bx+c$ имеет два пересечения с осью абсцисс. Если $D<0$, то корней нет, а соответственно график не пересекает ось абсцисс. Таким образом, получаем ответ: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Ответ: 1243.

Ответ: 1243

12. Задание 12 № [341532]

Из формулы центростремительного ускорения $a = \omega^2 R$ найдите R (в метрах), если $\omega = 4$ с$^{-1}$ и $a = 64$ м/с^2.

Решение.

Выразим из данной формулы R и подставим значения ω и a:

$$R=\frac{a}{\omega^2}=\frac{64}{4^2}=\frac{64}{16}=4.$$

Ответ: 4.

Примечание.

Заметим, что в формуле $\omega = 4$ с$^{-1}$ степень «-1» относится к размерности, а не к числу.

Ответ: 4

13. Задание 13 № 311409

Решите неравенство □$5-4(x-2)<22-x$.
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-3;\ +\infty)$
2) $(-\infty;\ -\frac{1}{3})$
3) $(-\frac{1}{3};\ +\infty)$
4) $(-\infty;\ -3)$

Решение.
Упростим и решим данное неравенство:

$$5-4(x-2)<22-x \Leftrightarrow -3x<9 \Leftrightarrow x>-3.$$

Неравенству соответствует первый вариант ответа

Ответ: 1.
Ответ: 1

14. Задание 14 № 393954

Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Решение.
В первый день Вера подписала $a_1=10$ открыток, во второй — a_2, ..., в последний — a_{16} открыток. Всего было подписано $S_n=640$ открыток. Если количество подписываемых открыток увеличивалось на d каждый день, то

$$S_n=\frac{2a_1+d\cdot(n-1)}{2}n \Leftrightarrow 640=\frac{2\cdot10+15d}{2}\cdot16 \Leftrightarrow 80=20+15d \Leftrightarrow d=4.$$

Тогда

$$a_4=a_1+3d=10+3\cdot4=22.$$

Следовательно, за четвертый день было подписано 22 открытки.

Ответ: 22.
Ответ: 22

15. Задание 15 № 323079

У треугольника со сторонами 16 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

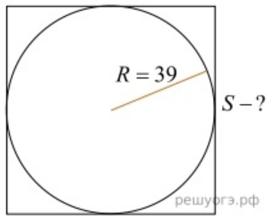
Решение.
Пусть известные стороны треугольника равны a и b а высоты, проведённые к ним h_a и h_b. Площадь треугольника можно найти как половину произведения стороны на высоту, проведённую к этой стороне:

$$\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b \Leftrightarrow h_b=\frac{ah_a}{b},$$
$$h_b=\frac{16\cdot1}{2}=8.$$

Ответ: 8.
Ответ: 8

16. Задание 16 № **341522**

Окружность вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.



Решение.

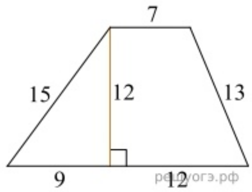
Сторона квадрата равна диаметру вписанной в него окружности, значит, площадь данного квадрата равна:

$$S = (39+39)^2 = 78^2 = 6084.$$

Ответ: 6084.
Ответ: 6084

17. Задание 17 № **39**

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Решение.

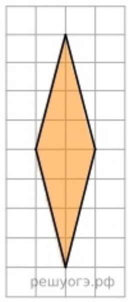
Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S = \frac{7+9+12}{2} \cdot 12 = 168.$$

Ответ: 168.
Ответ: 168

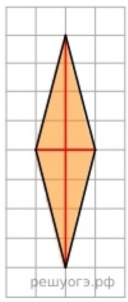
18. Задание 18 № **356974**

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Решение.

Площадь ромба равна половине произведения диагоналей, следовательно, равна 8.



Ответ: 8.
Ответ: 8

19. **Задание 19 № 169917**

Какие из следующих утверждений верны?

1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90°, то эти две прямые параллельны.
2) Если угол равен 60°, то смежный с ним равен 120°.
3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110°, то эти две прямые параллельны.
4) Через любые три точки проходит не более одной прямой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90°, то эти две прямые параллельны.» — *неверно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрестлежащие углы равны, то эти две прямые параллельны. Если внутренние накрестлежащие углы составляют в сумме 90°, то они могут быть не равны.

2) «Если угол равен 60°, то смежный с ним равен 120°.» — *верно*, сумма смежных углов равна 180°.

3) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110°, то эти две прямые параллельны.» — *верно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180°, то эти две прямые параллельны.

4) «Через любые три точки проходит не более одной прямой.» — *верно*, через три точки либо нельзя провести прямую, если они не лежат на одной линии, либо можно, но только одну.

Ответ: 234.
Ответ: 234

20. **Задание 20 № 311584**

Упростите выражение: $\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}$.

Решение.

Корни квадратного трёхчлена $m^2+m-2:\quad m_1=-2,\quad m_2=1.$
Значит, $m^2+m-2=(m+2)(m-1)$. Тогда:

$$\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}=\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{m+2}{(m+2)(m-1)}=$$

$$=\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{1}{m-1}=\frac{m-(m-1)}{(m-1)^2}=\frac{1}{(m-1)^2}.$$

Ответ: $\frac{1}{(m-1)^2}$.

21. Задание 21 № 311616

На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

Решение.

Предположим, что ученик делает x деталей в час, $x>0$. Тогда мастер делает $x+4$ детали в час.

Составим таблицу по данным задачи:

	Производительность (дет/ч)	Время (ч)	Объём работ (дет)
Ученик	x	$\frac{231}{x}$	231
Мастер	$x+4$	$\frac{462}{x+4}$	462

Так как ученик потратил на работу на 11 часов больше, можно составить уравнение:

$$\frac{231}{x}-\frac{462}{x+4}=11.$$

Решим уравнение, предварительно разделив обе части на 11:

$$\frac{21}{x}-\frac{42}{x+4}=1 \Leftrightarrow \frac{21x+84-42x}{x(x+4)}=1 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} 84-21x-x(x+4)=0 \Leftrightarrow x^2+25x-84=0\ .$$

Корни полученного квадратного уравнения: −28 и 3. Отбрасывая отрицательный корень, находим, что ученик делает в час 3 детали.

Ответ: 3.

22. Задание 22 № 314391

При каких значениях m вершины парабол $y=-x^2+4mx-m$ и $y=x^2+2mx-2$ расположены по одну сторону от оси x?

Решение.

Координата x вершины параболы определяется по формуле $x_в=-\dfrac{b}{2a}$. Координата $y_в$ вершины находится подстановкой $x_в$ в уравнение параболы. Вершины парабол будут находится по одну сторону от оси x, если ординаты их вершин одновременно больше или меньше нуля. Таким образом, задача сводится к решению совокупности двух систем неравенств:

$$\begin{cases}-\left(\dfrac{4m}{2}\right)^2+8m^2-m>0,\\ \left(-\dfrac{2m}{2}\right)^2-2m^2-2>0.\end{cases} \text{или} \begin{cases}-\left(\dfrac{4m}{2}\right)^2+8m^2-m<0,\\ \left(-\dfrac{2m}{2}\right)^2-2m^2-2<0.\end{cases}$$

Решим первую систему:

$$\begin{cases}-\left(\dfrac{4m}{2}\right)^2+8m^2-m>0,\\ \left(-\dfrac{2m}{2}\right)^2-2m^2-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4m^2-m>0,\\ -m^2-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m(4m-1)>0,\\ -m^2-2>0.\end{cases}$$

Второе уравнение данной системы не имеет решений, левая часть меньше нуля при любых значениях m. Следовательно, и вся система не имеет решений.

Решим вторую систему, преобразования в ней аналогичны первой, поэтому можем сразу записать:

$$\begin{cases}m(4m-1)<0,\\ -m^2-2<0.\end{cases}$$

В этой системе второе неравенство, напротив, верно при любых m. Таким образом, задача сводится к решению неравенства:

$$m(4m-1)<0 \Leftrightarrow 4m\left(m-\frac{1}{4}\right)<0.$$

Произведение меньше нуля в том случае, когда сомножители имеют разный знак (см. рисунок). Таким образом, решение второй системы неравенств:

$$0<m<\frac{1}{4}.$$

Ответ: $\left(0;\ \dfrac{1}{4}\right)$.

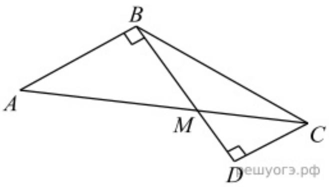
Примечание.

Координату $y_в$ параболы можно найти по формуле $y_в=-\dfrac{D}{4a}=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$.

23. Задание 23 № 311700

Найдите отношение двух сторон треугольника, если его медиана, выходящая из их общей вершины, образует с этими сторонами углы в 30° и 90°.

Решение.



Пусть в треугольнике ABC отрезок BM служит медианой, при этом $\angle ABM=90°$, $\angle CBM=30°$. Возьмем на продолжении отрезка BM точку D так, что $BM = MD$. Тогда треугольники ABM и CDM равны по двум сторонам и углу между ними. Значит, $\angle BDC=90°$. Поэтому треугольник BDC— прямоугольный с углом CBD, равным 30°. Следовательно, $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{1}{2}$.

Приведем решение Марии Васильевны.

Пусть в треугольнике ABC отрезок BM служит медианой, при этом $\angle ABM=90°$, $\angle CBM=30°$.

Площадь треугольника ABM: $S_{ABM}=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BM\sin\angle ABM=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BM\sin 90^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BM$.

Площадь треугольника MBC: $S_{MBC}=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot BM\sin\angle MBC=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot BM\sin 30^\circ=\dfrac{1}{4}\cdot BC\cdot BM$.

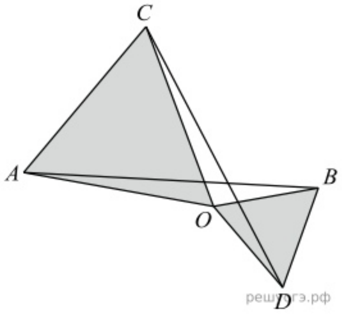
Площади треугольников ABM и MBC равны, поскольку BM - медиана.

Тогда $\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BM=\dfrac{1}{4}\cdot BC\cdot BM$, откуда $AB=\dfrac{1}{2}\cdot BC$, следовательно, $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{1}{2}$.

Ответ: 1:2.

24. Задание 24 № 311605

Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CD равны.



Решение.

Рассмотрим треугольники AOB и COD.

В них $AO=CO$, $BO=OD$ и

$$\angle AOB=\angle AOC+\angle COB=60^\circ+\angle COB=\angle BOD+\angle COB=\angle COD.$$

Следовательно, эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними.

Поэтому $AB=CD$ как соответствующие стороны равных треугольников.

25. Задание 25 № 311574

Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M. Известно, что $\angle ABC = 72°$, $\angle BCD = 102°$, $\angle AMD = 110°$. Найдите $\angle ACD$.

Решение.

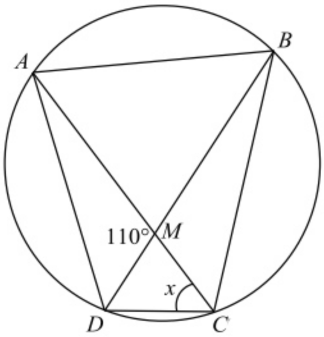
Пусть $\angle ACD = x$.

$\angle DMC = 180° - 110° = 70°$;

$\angle DMC = \angle DBC + \angle BCA$;

$\angle BCA = 102° - x$; $\angle DBC + 102° - x = 70°$; $x = \angle DBC + 32°$.

$\angle DBC + \angle ABD = 72°$; $\angle ABD = x$; $\angle DBC = 72° - x$; $2x = 104°$, $x = 52°$.



Ответ: 52°.