Вариант № 37812184

1. Задание 1 № 367620

Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Станции	Пушкинская	Ладожская	Островская	Левобережная
Цифры				

На рисунке изображена схема метро города *N*. Станция Пушкинская расположена между станциями Беговая и Горная. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Горная, Ленинская, Красная, Островская, Новочеркасская. Синяя ветка включает в себя станции Беговая, Пушкинская, Горная, Красная и Ладожская. Пётр живёт недалеко от станции Левобережной, расположенной между станциями Новочеркасская и Петровская.

Решение.

Станция Пушкинская расположена между станциями Беговая и Горная, значит, Пушкинская обозначена цифрой 1. Синяя ветка включает в себя станции Беговая, Пушкинская, Горная, Красная и Ладожская, следовательно, Ладожская отмечена цифрой 3. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Горная, Ленинская, Красная, Островская, Новочеркасская, поэтому Островская отмечена цифрой 4. Пётр живёт недалеко от станции Левобережной, расположенной между станциями Новочеркасская и Петровская, значит, Левобережная отмечена цифрой 6.

Ответ: 1346.
Ответ: 1346

2. Задание 2 № 367626

Бригада меняет рельсы на участке между станциями Левобережная и Петровская протяжённостью 11,2 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 700 метров рельсов. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд между указанными станциями?

Решение.

Заметим, что станция Левобережная отмечена на схеме цифрой 6. Поскольку бригада меняла по 700 метров рельсов в день, на замену рельс на всём участке ушло $\frac{11200}{700} = 16$ дней. Поскольку работы велись только с понедельника по пятницам, на замену рельс на данном участке ушло $\frac{16}{5} = 3,2$ недель. Значит, проезд между указанными станциями был закрыт $16 + 3 \cdot 2 = 22$ дня.

Ответ: 22.
Ответ: 22

3. Задание 3 № 367627

Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Приморским городским районом. Найдите его площадь S (в км^2), если длина кольцевой ветки равна 60 км. В ответе укажите значение выражения $S\cdot\pi$.

Решение.

Сначала найдём радиус окружности:

$$R = \frac{L}{2\pi} = \frac{60}{2\pi} = \frac{30}{\pi}.$$

Теперь найдём площадь:

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{900}{\pi^2} = \frac{900}{\pi}.$$

Таким образом, получаем ответ:

$$S \cdot \pi = \frac{900}{\pi} \cdot \pi = 900.$$

Ответ: 900.

Ответ: 900

4. Задание 4 № 367628

Найдите расстояние (в км) между станциями Горная и Красная, если длина Синей ветки равна 36 км, расстояние от Беговой до Красной равно 29 км, а от Ладожской до Горной— 23 км. Все расстояния даны по железной дороге.

Решение.

Расстояние от Красной до Ладожской равняется $36 - 29 = 7$ км. Значит, расстояние между станциями Горная и Красная равно $23 - 7 = 16$ км.

Ответ: 16.

Ответ: 16

5. Задание 5 № 367630

Школьник Пётр в среднем в месяц совершает 45 поездок в метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна. По истечении месяца Пётр уедет из города и неиспользованные карточки обнуляются. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант?

Количество поездок	Стоимость карточки (руб.)	Дополнительные условия
1	20	школьникам скидка 15%
10	185	школьникам скидка 10%
30	525	школьникам скидка 10%
50	800	нет
Не ограничено	1000	нет

Решение.

Заметим, что последние два вида карточек можно не рассматривать. Сначала Пётр должен купить карточку третьего вида, поскольку

$$525 \cdot 0,90 < 20 \cdot 30 \cdot 0,85 \Leftrightarrow 472,5 < 510,$$
$$525 \cdot 0,90 < 185 \cdot 3 \cdot 0,90 \Leftrightarrow 472,5 < 499,5.$$

Потом Пётр должен купить карточку второго вида, поскольку

$$185 \cdot 0,90 < 20 \cdot 10 \cdot 0,85 \Leftrightarrow 166,5 < 170,$$
$$185 \cdot 0,90 < 525 \cdot 0,90 \Leftrightarrow 166,5 < 472,5.$$

Дальше Пётр должен купить пять карточек первого вида, поскольку

$$20 \cdot 5 \cdot 0,85 < 185 \cdot 0,90 \Leftrightarrow 85 < 166,5.$$

Таким образом, самый дешёвый вариант обойдётся в $472,5 + 166,5 + 85 = 724$.

Ответ: 724.

Ответ: 724

6. Задание 6 № 337273

Найдите значение выражения $\dfrac{0,9}{1+\frac{1}{8}}$.

Решение.

Найдём значение выражения:

$$\frac{0,9}{1+\frac{1}{8}} = \frac{\frac{9}{10}}{\frac{9}{8}} = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

Ответ: 0,8

7. Задание 7 № 337484

Значение какого из данных выражений положительно, если известно, что $x > 0$, $y < 0$?
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) xy
2) $(x - y)y$
3) $(y - x)y$
4) $(y - x)x$

Решение.

Заметим, что $x - y > 0$, $y - x < 0$. Имеем:
1) $xy < 0$;
2) $(x - y)y < 0$;
3) $(y - x)y > 0$;
4) $(y - x)x < 0$.

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ответ: 3

8. Задание 8 № 338067

Найдите значение выражения $(8b-8)(8b+8)-8b(8b+8)$ при $b=2,6$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$(8b-8)(8b+8)-8b(8b+8)=(8b+8)(8b-8-8b)=-8(8b+8).$$

Подставим значение $b=2,6$:

$$-8(8\cdot 2,6+8)=-8\cdot 28,8=-230,4.$$

Ответ: −230,4.
Ответ: -230,4

9. Задание 9 № 338480

Решите уравнение $3x+5+(x+5)=(1-x)+4$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$3x+5+(x+5)=(1-x)+4 \Leftrightarrow 3x+x+x=1+4-5-5 \Leftrightarrow 5x=-5 \Leftrightarrow x=-1.$$

Ответ: −1.
Ответ: -1

10. Задание 10 № 311493

В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.

Решение.

Всего выступает 13 + 2 + 5 = 20 спортсменов. Из них не из России 7 спортсменов. Поэтому вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России равна $\frac{7}{20}=0,35$.

Ответ: 0,35

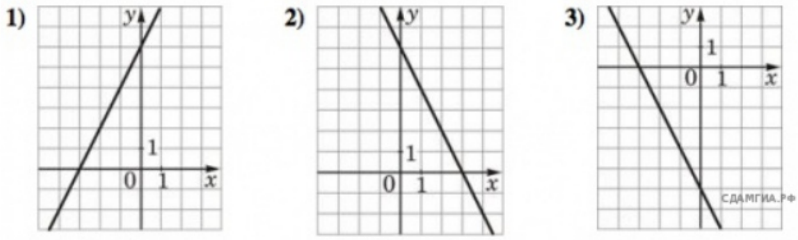
11. **Задание** 11 № 351965

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = 2x + 6$
Б) $y = -2x - 6$
В) $y = -2x + 6$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение.

Напомним, что если прямая задана уравнением $y = kx + b$, то: при $k > 0$, тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс положителен.

Уравнение $y = 2x + 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке 6. Ее график изображен на рисунке 1).

Уравнение $y = -2x - 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке -6. Ее график изображен на рисунке 3).

Уравнение $y = -2x + 6$ задает прямую, которая пересекает ось ординат в точке 6. Ее график изображен на рисунке 2).

Тем самым, искомое соответствие: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.
Ответ: 132

12. **Задание** 12 № 338238

Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \dfrac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1, если $d_2 = 7$, $\sin\alpha = \dfrac{2}{7}$, а $S = 4$.

Решение.

Выразим длину диагонали d_1 из формулы для площади четырёхугольника:

$$d_1 = \frac{2S}{d_2 \sin\alpha}.$$

Подставляя, получаем:

$$d_1 = \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot \frac{2}{7}} = 4.$$

Ответ: 4.
Ответ: 4

13. Задание 13 **№** 320666

Укажите неравенство, решением которого является любое число.
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $x^2 - 15 < 0$
2) $x^2 + 15 > 0$
3) $x^2 + 15 < 0$
4) $x^2 - 15 > 0$

Решение.
Решим каждое из неравенств:
1) $x^2 - 15 < 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{15})(x + \sqrt{15}) < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} < x < \sqrt{15}.$
2) $x^2 + 15 > 0$ — верно для всех x.
3) $x^2 + 15 < 0$ — решений нет.
4) $x^2 - 15 > 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{15})(x + \sqrt{15}) > 0 \Leftrightarrow x < -\sqrt{15}$ или $x > \sqrt{15}.$

Правильный ответ указан под номером 2.
Ответ: 2

14. Задание 14 **№** 124

В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

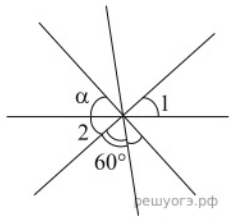
Решение.
Подставим в формулу значение переменной n:

$$C = 6000 + 4100 \cdot 5 = 26\ 500.$$

Ответ: 26 500.
Ответ: 26500

15. Задание 15 **№** 311412

Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α. Ответ дайте в градусах.

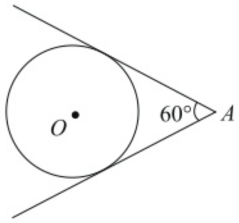


Решение.
Углы 1 и 2 равны как вертикальные, поэтому $60^\circ + 3\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha = 40^\circ.$

Ответ: 40.
Ответ: 40

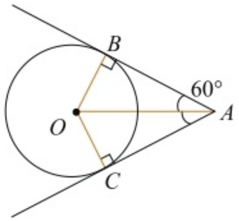
16. Задание 16 № [102]

Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 8.



Решение.

Проведём радиусы OB и OC в точки касания. Получили два прямоугольных треугольника, катет $OB = OC = R$, где R — радиус окружности, гипотенуза AO этих двух прямоугольных треугольников — общая, следовательно, эти треугольники равны. То есть, имеется равенство углов



$$\angle BAO = \angle OAC = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ.$$

Теперь из треугольника AOB найдём радиус OB

$$OB = AO \cdot \sin 30^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

Ответ: 4.
Ответ: 4

17. Задание 17 № [311761]

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

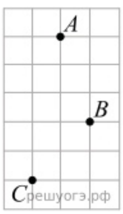
Решение.

Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть x— меньшая сторона прямоугольника. Тогда периметр прямоугольника равен $2(x + (x + 2)) = 44$, откуда $2x = 22 - 2 \Leftrightarrow x = 10$. Поэтому площадь прямоугольника равна $10 \cdot 12 = 120$.

Ответ: 120.
Ответ: 120

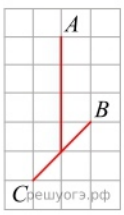
18. Задание 18 № [311818]

На клетчатой бумаге с размером клетки 1см x 1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ выразите в сантиметрах.



Решение.

Расстояние от точки A до середины отрезка BC равно четырём сторонам клетки, или 4 см.



Ответ: 4.
Ответ: 4

19. Задание 19 № 341525

Какие из следующих утверждений верны?

1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
2) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует» — *верно*, сторона треугольника не может быть больше суммы двух других.

2) «Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам» — *неверно*, сумма углов любого треугольника равна 180 градусам.

3) «Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности» — *верно*, центр описанной окружности лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров.

Ответ: 13.
Ответ: 13

20. Задание 20 № 338522

Решите систему неравенств $\begin{cases} 7(3x+2)-3(7x+2)>2x, \\ (x-5)(x+8)<0. \end{cases}$

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{cases} 7(3x+2)-3(7x+2)>2x, \\ (x-5)(x+8)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21x+14-21x-6>2x, \\ x<5, \\ x>-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<4, \\ x<5, \\ x>-8 \end{cases} \Leftrightarrow -8<x<4.$$

Ответ: $(-8; 4)$.

21. Задание 21 № 348438

Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора — x, концентрация второго раствора — y. Составим систему уравнений согласно условию задачи и решим ее:

$$\begin{cases} 10x+16y=(10+16)\cdot 0,55 \\ x+y=2\cdot 0,61. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x+16\cdot(1,22-x)=14,3 \\ y=1,22-x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0,87 \\ y=0,35. \end{cases}$$

Таким образом, в первом растворе содержится $10\cdot 0,87=8,7$ килограмма кислоты.

Ответ: 8,7.
Ответ: 8,7

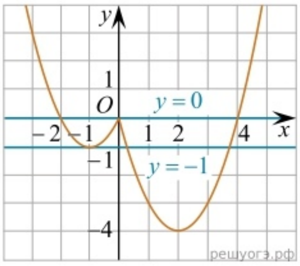
22. Задание 22 № 311583

Постройте график функции $y=x^2-3|x|-x$ и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

Имеем:

$$y=x^2-3|x|-x;\quad y=\begin{cases}x^2-4x,\ x\geq 0,\\ x^2+2x,\ x<0.\end{cases}$$



Для построения искомого графика построим график функции $y=x^2-4x$ на промежутке $[0;\ +\infty)$ и график функции $y=x^2+2x$ на промежутке $(-\infty;\ 0)$.

Выделим полные квадраты:

$$y=x^2-4x=x^2-4x+4-4=(x-2)^2-4;$$
$$y=x^2+2x=x^2+2x+1-1=(x+1)^2-1.$$

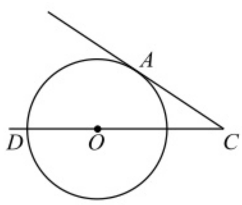
Следовательно, график функции $y=x^2-4x$ получается из графика функции $y=x^2$ сдвигом на $(2;\ -4)$; точки пересечения с осями координат: $(0;\ 0),\ (4;\ 0)$.

А график функции $y=x^2+2x$ — сдвигом на $(-1;\ -1)$; точки пересечения с осями координат: $(0;\ 0),\ (-2;\ 0)$. График данной функции изображен на рисунке. Прямая $y=c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c=0$ и при $c=-1$.

Ответ: график функции изображён на рисунке; прямая $y=c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c=0$ и при $c=-1$.

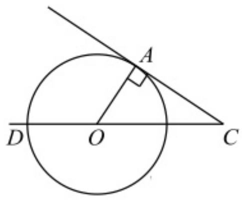
23. Задание 23 № 76

Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 100°.



Решение.

Проведём радиус OA. Треугольник AOC — прямоугольный, $\angle OAC=90°$. $\angle COA=180°-\angle AOD=180°-100°=80°$; $\angle ACO=90°-80°=10°$.

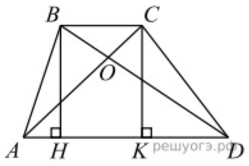


Ответ: 10.

24. Задание 24 № 340055

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Решение.



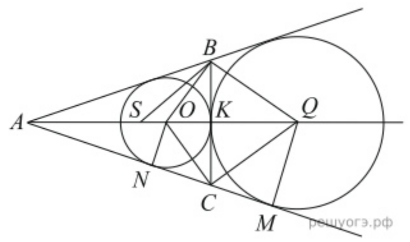
Проведём высоты BH и CK, они равны. Площадь треугольника ABD равна $\frac{1}{2}AD\cdot BH$. Площадь треугольника CAD равна $\frac{1}{2}AD\cdot CK$. Поскольку высоты BH и CK равны, равны и площади треугольников ABD и CAD. Покажем, что площади треугольников AOB и COD равны:

$$S_{AOB}=S_{ABD}-S_{AOD}=S_{CAD}-S_{AOD}=S_{COD}.$$

25. Задание 25 № 333027

Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Решение.



Пусть Q — центр большей окружности, а O — центр меньшей, QM и ON — радиусы, проведённые в точки касания окружностей с прямой AC, S— центр окружности, описанной около треугольника ABC, r — радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Поскольку BC и AB — общие касательные к окружностям, BO и BQ — биссектрисы углов ABK и смежного с ним. Значит, угол OBQ прямой, следовательно, из треугольника OBQ находим, что $BK=\sqrt{OK\cdot QK}=16\sqrt{3}$.

Пусть $AN = x$. Прямоугольные треугольники ANO и AMQ подобны с коэффициентом 3, значит, $AM = 3x$, $MN = 2x$.

Отрезки MC, CK и CN равны как отрезки касательных, проведённых из одной точки, значит, $BK=CK=16\sqrt{3}$, $2x=MN=2CK=32\sqrt{3}$, откуда $AB=2x=32\sqrt{3}$.

В прямоугольном треугольнике ABK находим неизвестный катет:

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=48$$

В прямоугольном треугольнике SBK по теореме Пифагора имеем

$$r^2=(AK-r)^2+BK^2;\ r=\frac{AB^2}{2AK}=\frac{32^2\cdot 3}{2\cdot 48}=32.$$

Ответ: 32.