

Итоговая работа за 7 класс

Продолжительность 120 минут

Вариант №1

Фамилия

Имя

Отчество

Геометрия

Таблица для результатов проверки. Ученикам не заполнять!

1а	1б	1в	1г	2а	2б	3а	3б	3в	4		

Задача 1. Если утверждение верно, напишите «ДА», иначе напишите «НЕТ» и нарисуйте пример, опровергающий утверждение, отметив на картинке всё необходимое для понимания вашего примера.

а) [1 балл] Из двух смежных углов один всегда больше другого.

«Да»/«Нет»

б) [1 балл] Если площадь прямоугольника равна 30 см^2 , то его периметр не может быть меньше, чем 26 см.

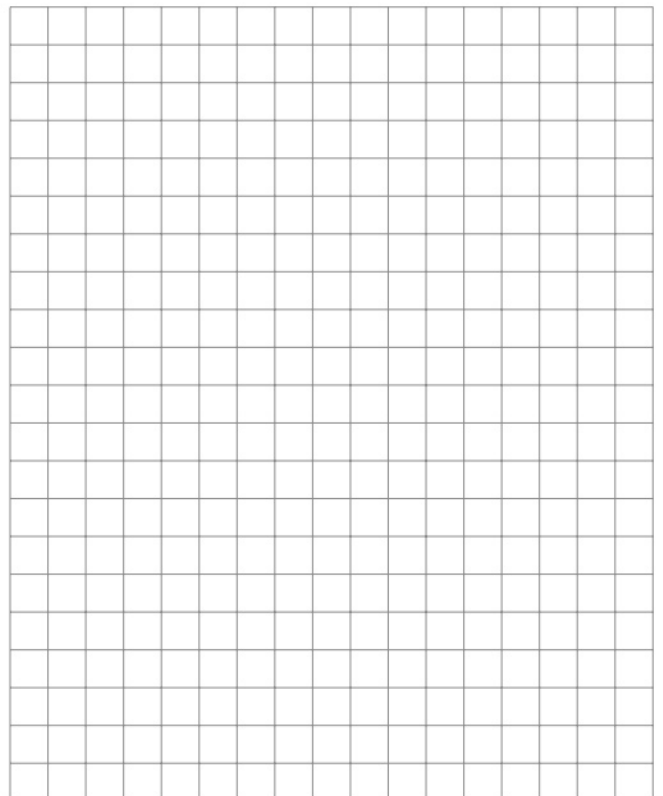
«Да»/«Нет»

в) [1 балл] Каждый угол всякого треугольника меньше суммы двух других его углов.

«Да»/«Нет»

г) [1 балл] Если медиана, проведённая к гипотенузе, и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны медиане, проведённой к гипотенузе, и катету другого прямоугольного треугольника, то эти треугольники равны.

«Да»/«Нет»



Место для примеров к ответам «Нет»

Задача 2. [Достаточно написать ответы] В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Известно, что $\angle CAB = 60^\circ$, $AH = 6$. Найдите:

а) [1 балл] $\angle ACH$;

б) [2 балла] BH .

ФАМИЛИЯ:

ИМЯ:

Задача 3. В треугольнике ABC проведена биссектриса AK и отмечена точка N на стороне AB такая, что $AN = NK$. Известно, что $\angle CAK = 35^\circ$, $\angle KCA = 40^\circ$.

а) [1 балл] Найдите угол AKC .

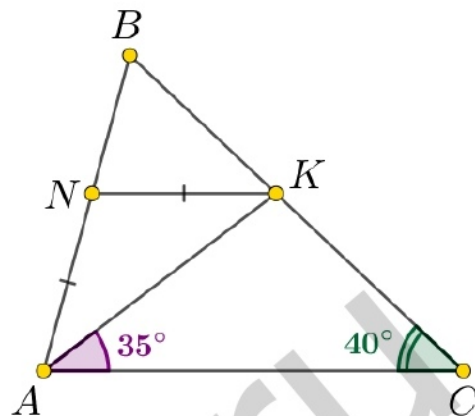
[Достаточно написать ответ]

б) [1 балл] Найдите угол ANK .

[Достаточно написать ответ]

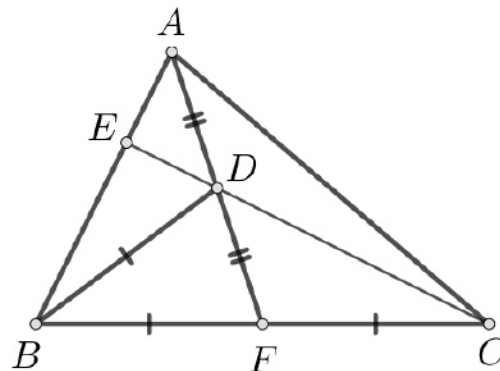
в) [3 балла] Докажите, что отрезки NK и AC параллельны.

[Требуется полное решение, в том числе нужно обосновать результаты пунктов (а) или (б), если вы захотите их использовать.]



Grid area for the solution to Problem 3.

Задача 4. [6 баллов] AF — медиана треугольника ABC , D — середина отрезка AF , E — точка пересечения прямой CD со стороной AB . Оказалось, что $BD = BF$. Докажите, что $AE = DE$. [Требуется полное решение]



Grid area for the solution to Problem 4.

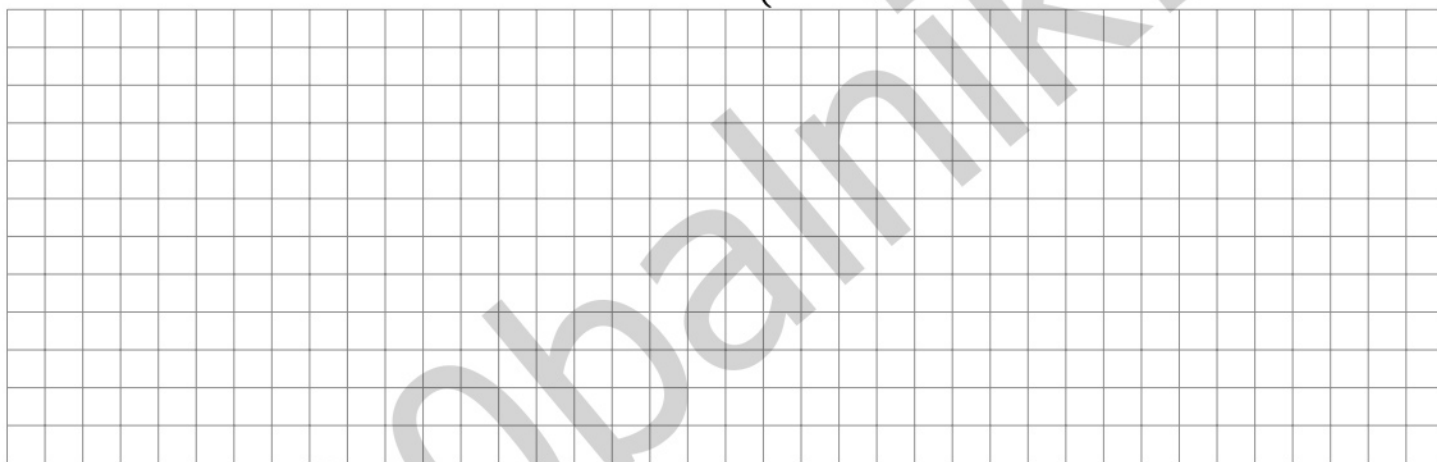
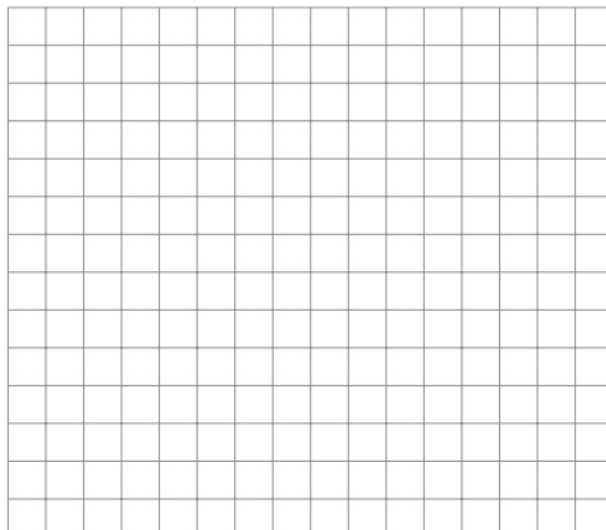
ФАМИЛИЯ: _____

ИМЯ: _____

Алгебра

Таблица для результатов проверки. Ученикам не заполнять!

5	6	7а	7б	7в	8а	8б	8в	8г	9а	9б	9в	9г	10	

Задача 5. [1 балл] Вычислите: $2^{14} : 2^7 - 2^6$. [Достаточно написать ответ]**Задача 6.** [2 балла] Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 16, \\ 3x - 2y = 56. \end{cases}$ [Требуется полное решение]**Задача 7.** [Достаточно написать ответы] Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:а) [1 балл] $(2b - 3c)^2 =$ _____б) [1 балл] $6x^3(0,5x - y)(0,5x + y) =$ _____
_____в) [2 балла] $(2a + 1)^2 - (2a + 1)^3 =$ _____
_____**Задача 8.** График некоторой линейной функции f пересекает оси координат в точках $A(2; 0)$ и $B(0; 4)$.а) [1 балл] Постройте график этой функции f .б) [1 балл] Найдите значение функции f при $x = 4$.
в) [1 балл] При каком значении аргумента значение функции f равно 5?
г) [2 балла] Задайте данную функцию f уравнением.


Задача 9. Ниже даны несколько утверждений. Запишите «Да», если утверждение верно. Если утверждение неверно, запишите «Нет» и приведите пример, опровергающий это утверждение.

а) [1 балл] Если $a - b = 2$, то $a^3 - b^3 = 8$.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

б) [1 балл] Значение линейной функции $y = 100 - 3x$ не может быть больше 100 ни при каких значениях аргумента.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

в) [1 балл] Если значение выражения $x^2 - 16x + 64$ равно 9, то $x - 8 = 3$.

«Да»/«Нет»

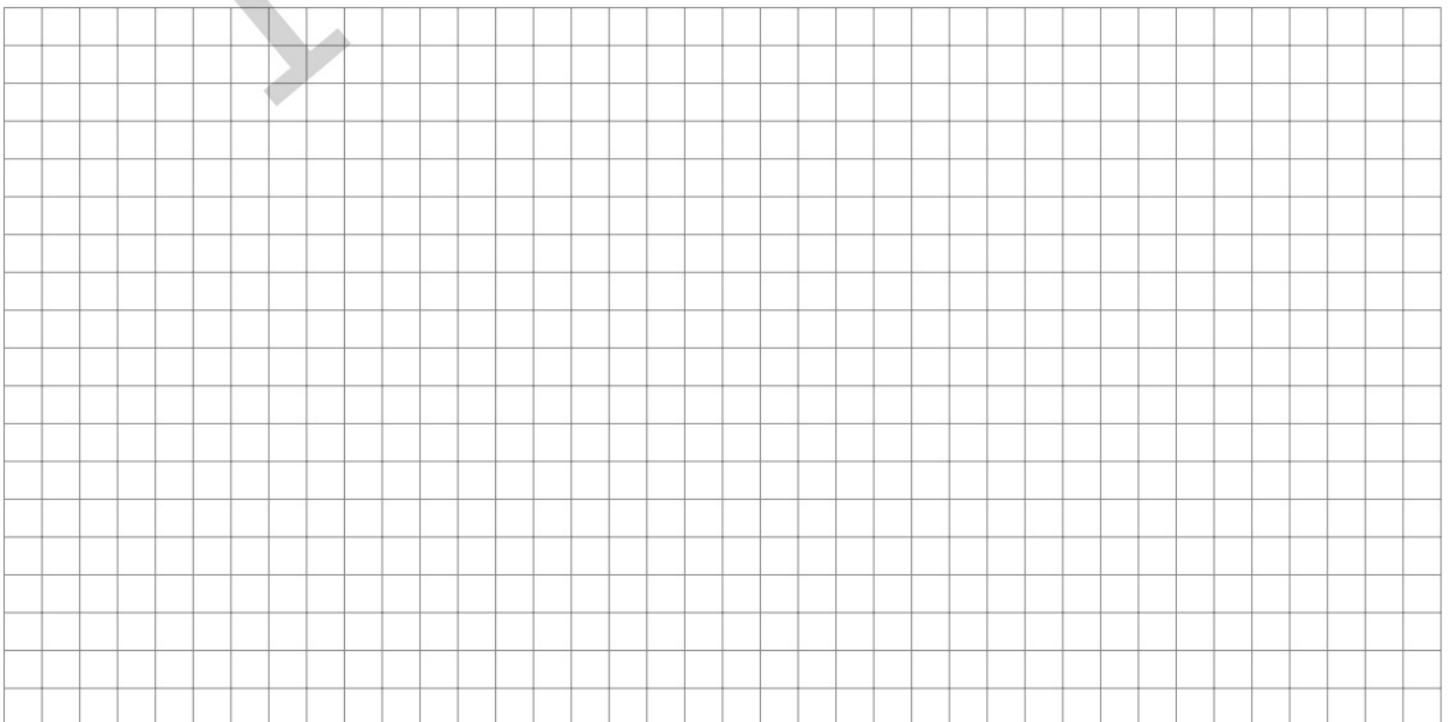
Пример, если «Нет»

г) [1 балл] Для любых натуральных k и n верно равенство $(3^k)^n = 3^{kn}$.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

Задача 10. [4 балла] Винни-Пух за час съедает на 4 блинчика больше, чем Кролик успеваеет испечь за час. Сначала Кролик 3 часа готовил блинчики в одиночестве, потом пришёл Винни и в течение ещё двух часов Кролик пёк блинчики, а Винни-Пух их ел. В результате осталось 100 блинчиков. Сколько блинчиков съел Пух? [Требуется полное решение]



ФАМИЛИЯ:

ИМЯ:

Теория вероятностей и статистика

Таблица для результатов проверки. Ученикам не заполнять!

11а	11б	12а	12б	12в	12г	12д	12е	13а	13б	

Задача 11. У Светы по алгебре стояли пять оценок: 3, 4, 5, 2, 4. Поэтому среднее арифметическое её оценок по алгебре было равно 3,6, а медиана её оценок по алгебре была равна 4. Затем Света взялась за алгебру и получила ещё 15 пятёрок.

а) [1 балл] Какой теперь стала медиана Светиных оценок по алгебре?

[Достаточно написать ответ]

б) [2 балла] Каким теперь стало среднее арифметическое Светиных оценок по алгебре?

[Требуется полное решение]

Задача 12. [Достаточно написать ответы] Алёше нужно было нарисовать граф, вершины которого соответствуют натуральным числам от 2 до 18, в котором два числа соединены ребром, если одно из них делится на второе. Граф Алёши изображён справа. Алёша сделал две ошибки: одно ребро нарисовать забыл, но зато нарисовал одно лишнее ребро.

а) [1 балл] Сколько вершин в графе у Алёши?

б) [1 балл] Какие вершины соединяет лишнее ребро?

 и

в) [1 балл] Какие ещё вершины нужно соединить ребром?

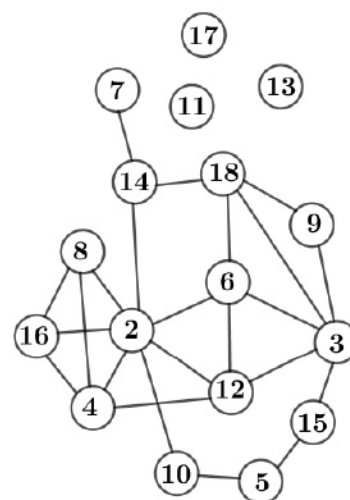
 и

г) [1 балл] Существует ли в Алёшином графе путь, соединяющий вершины 15 и 16?

 «Да»/«Нет»

д) [1 балл] Из скольких рёбер состоит кратчайший путь в Алёшином графе, соединяющий вершины 4 и 15?

е) [2 балла] Предложите какой-либо способ расставить в ряд все натуральные числа от 2 до 18, кроме каких-то трёх, так, чтобы в каждой паре соседей одно из чисел делилось на другое.



Задача 13. В столице Швамбрании действуют платные парковочные зоны. Стоимость парковки зависит от длительности парковки, загруженности зоны, от времени суток и от дня недели. Перекресток улиц Нижняя и Верхняя находится на границе двух зон с разной почасовой оплатой. Неполный час оплачивается пропорционально длительности парковки. Помимо почасовой оплаты владелец автомобиля может приобрести абонемент на месяц или на год, позволяющий парковаться в выбранной парковочной зоне без дополнительной оплаты в течение того календарного месяца или года, на который приобретён абонемент. Тарифы и условия показаны в таблице.

Парковочная зона	Зона 1 (ул. Верхняя)	Зона 2 (ул. Нижняя)
Тариф «День» (пн - сб с 9.00 до 21.00)	20 швабров в час	5 швабров за первый час и 25 швабров за каждый последующий
Тариф «Ночь» (пн - сб с 21.00 до 9.00)	10 швабров в час	6 швабров в час
Тариф «Воскресный» (воскресенье на протяжении суток)	12 швабров в час	15 швабров в час
Месячный абонемент	5000 швабров	55 00 швабров
Годовой абонемент	45 000 швабров	50 000 швабров

Пример расчета: если владелец оставляет машину в зоне 1 на период с 20:00 субботы до 2 часов 15 минут ночи воскресенья, то он должен заплатить $20 + 10 \cdot 3 + 2,25 \cdot 12 = 77$ (швабров).

а) [1 балл] Джон живет за городом и держит машину в своем гараже, но зимой он почти месяц гостил у мамы, которая живет в столице на перекрестке Нижней и Верхней улицы. Он приехал 5 декабря и купил декабрьский месячный абонемент парковочной зоны 1, которым пользовался в течение декабря. В течение пятницы 31 декабря и всю новогоднюю ночь Джон никуда не ездил, а его машина оставалась на парковке в зоне 1. Утром 1 января в 10:30 Джон уехал за город, оплатив парковку по часам. Сколько денег в общей сложности Джон потратил на парковку возле маминого дома за январь и декабрь? [Достаточно написать ответ]

б) [3 балла] Сестра Джона, Алиса, приезжала к маме только на Новый год. Она приехала в 21:00 в пятницу 31 декабря и припарковалась в зоне 2, а уехала днём 1 января. Известно, что Алиса заплатила за парковку 157 швабров. В какое время 1 января она уехала?
 [Требуется полное решение]

Задача 3. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD и отмечена точка E на стороне AB такая, что $BE = DE$. Известно, что $\angle DBE = 25^\circ$, $\angle DAE = 60^\circ$.

а) [1 балл] Найдите угол BDA .

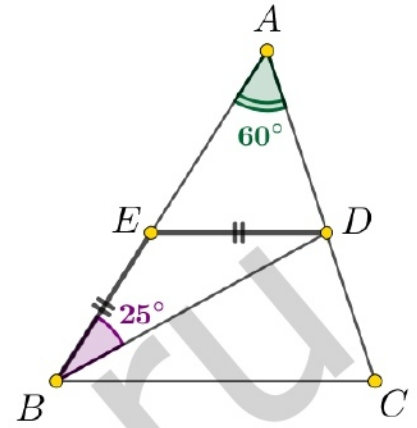
[Достаточно написать ответ]

б) [1 балл] Найдите угол DEA .

[Достаточно написать ответ]

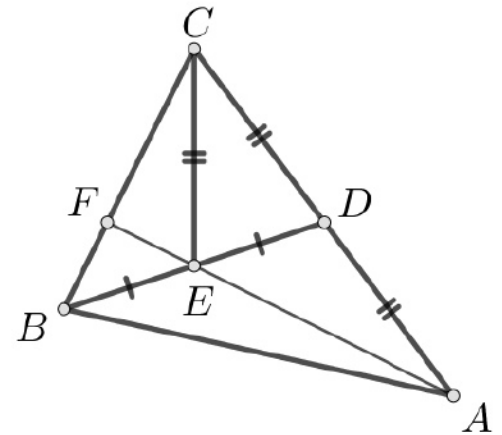
в) [3 балла] Докажите, что отрезки DE и BC параллельны.

[Требуется полное решение, в том числе нужно обосновать результаты пунктов (а) или (б), если вы захотите их использовать.]



Grid area for solving Problem 3.

Задача 4. [6 баллов] BD — медиана треугольника ABC , E — середина отрезка BD , F — точка пересечения прямой AE со стороной BC . Оказалось, что $CD = CE$. Докажите, что $FB = FE$. [Требуется полное решение]



Grid area for solving Problem 4.

ФАМИЛИЯ:

ИМЯ:

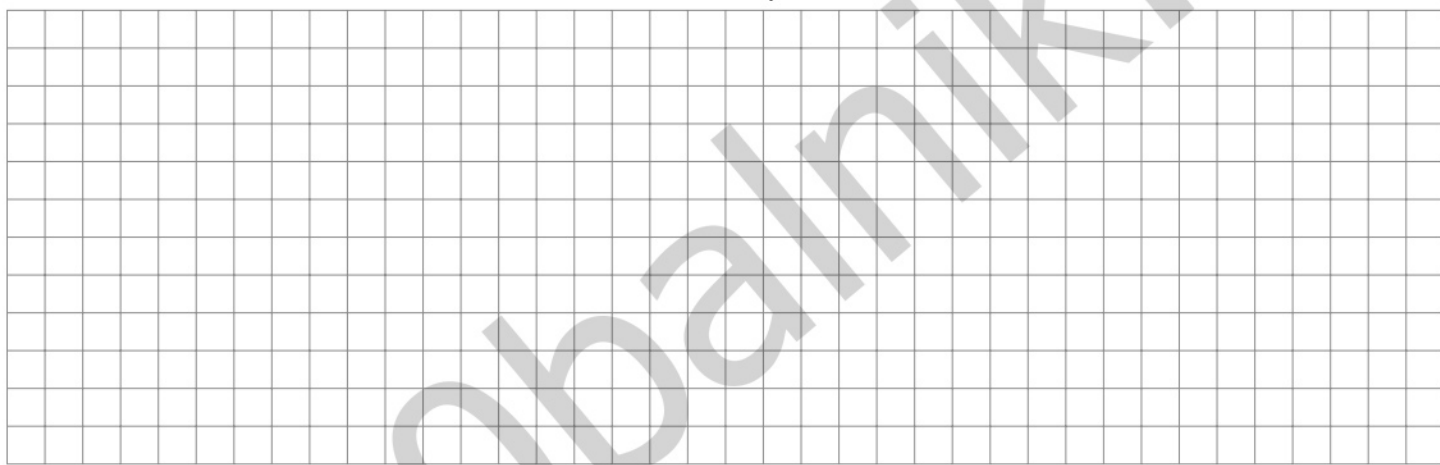
Алгебра

Таблица для результатов проверки. Ученикам не заполнять!

5	6	7а	7б	7в	8а	8б	8в	8г	9а	9б	9в	9г	10	

Задача 5. [1 балл] Вычислите: $3^8 : 3^4 - 3^3$. [Достаточно написать ответ]

Задача 6. [2 балла] Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 20, \\ 4x - 3y = 58. \end{cases}$ [Требуется полное решение]



Задача 7. [Достаточно написать ответы] Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) [1 балл] $(b - 4c)^2 =$ _____

б) [1 балл] $5x^3(0,2x - 2y)(0,2x + 2y) =$ _____

в) [2 балла] $(1 - 3a)^3 - (1 - 3a)^2 =$ _____

Задача 8. График некоторой линейной функции f пересекает оси координат в точках $A(6; 0)$ и $B(0; 3)$.

а) [1 балл] Постройте график этой функции f .

б) [1 балл] Найдите значение функции f при $x = 2$.

в) [1 балл] При каком значении аргумента значение функции f равно 4?

г) [2 балла] Задайте данную функцию f уравнением.



Задача 9. Ниже даны несколько утверждений. Запишите «Да», если утверждение верно. Если утверждение неверно, запишите «Нет» и **приведите пример, опровергающий это утверждение.**

а) [1 балл] Если $a + b = -2$, то $a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3 = -8$.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

б) [1 балл] Значение линейной функции $y = 5x + 1000$ не может быть меньше 1000 ни при каких значениях аргумента.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

в) [1 балл] Если значение выражения $4x^2 - 12x + 9$ равно 25, то $2x - 3 = 5$.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

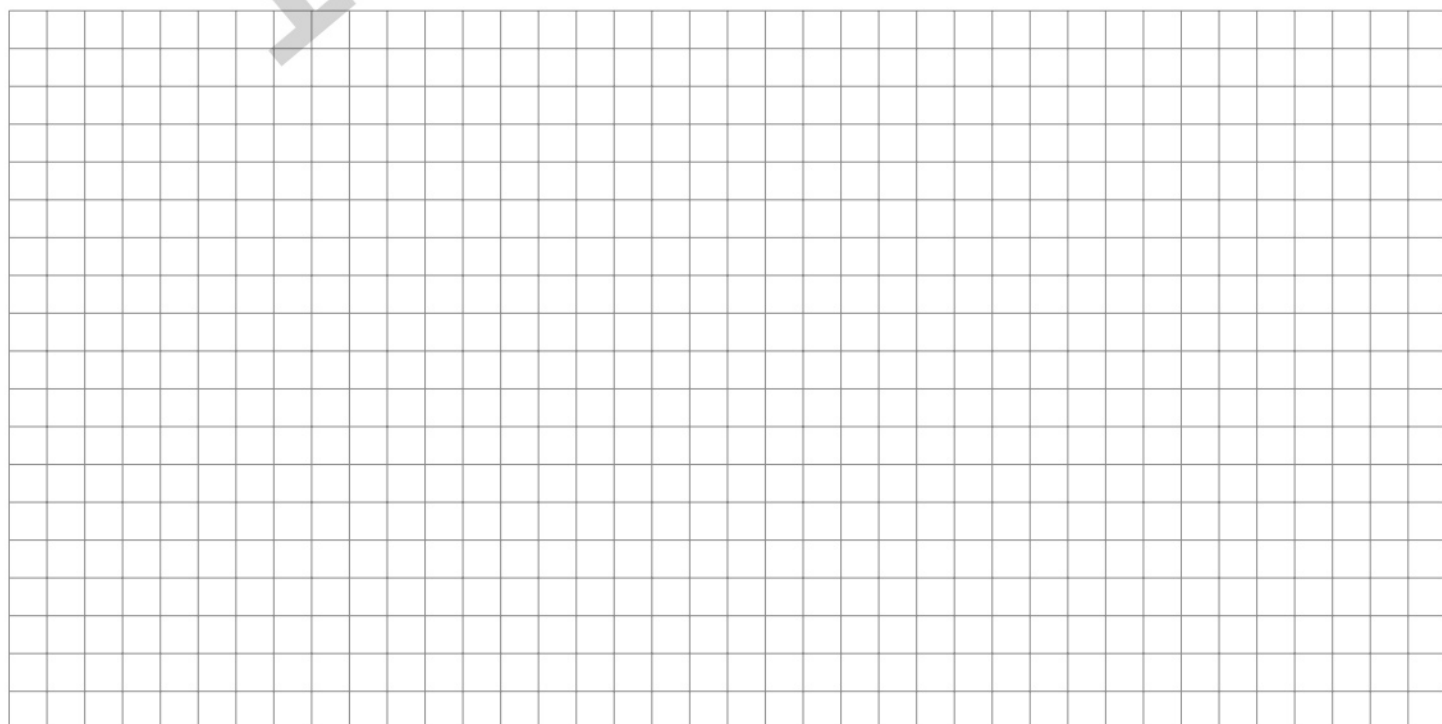
г) [1 балл] Для всех натуральных k верно равенство $5^k - 3^k = 2^k$.

«Да»/«Нет»

Пример, если «Нет»

Задача 10. [4 балла] По вечерам Крош и Ёжик топят печку. Крош за час сжигает на 3 веточки больше, чем Ёжик успевает собрать за час. Днём Ёжик 6 часов собирал веточки, потом наступил вечер и пришёл Крош. В течение трёх часов Крош топил печку веточками, а Ёжик их собирал. В результате осталось 99 веточек. Сколько веточек в этот день сжѐг Крош?

[Требуется полное решение]



Теория вероятностей и статистика

Таблица для результатов проверки. Ученикам не заполнять!

11а	11б	12а	12б	12в	12г	12д	12е	13а	13б	

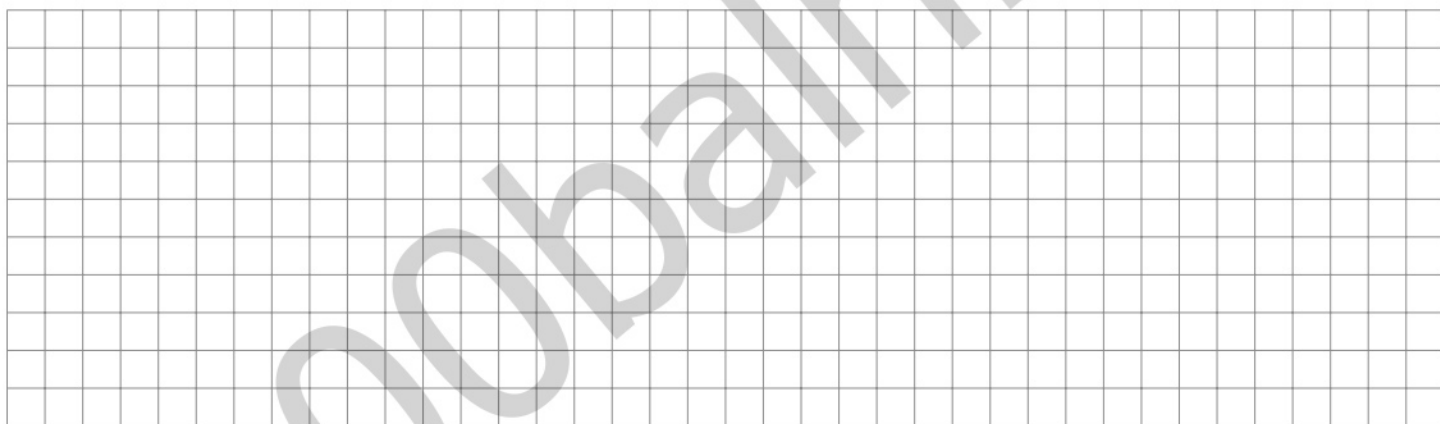
Задача 11. У Пети по алгебре стояли пять оценок: 2, 3, 2, 4, 3. Поэтому его средний балл по алгебре был равен 2,8, а медиана его оценок по алгебре была равна 3. К концу четверти Петя решил повесить свой средний балл и получил ещё 4 четвёрки и 6 пятёрок.

а) [1 балл] Какой теперь стала медиана оценок Пети по алгебре?

[Достаточно написать ответ]

б) [2 балла] Каким теперь стало среднее арифметическое оценок Пети по алгебре?

[Требуется полное решение]



Задача 12. [Достаточно написать ответы] Артёму нужно было нарисовать граф, вершины которого соответствуют натуральным числам от 3 до 21, в котором два числа соединены ребром, если одно из них делится на второе. Граф Артёма изображён справа. Артём сделал две ошибки: одно ребро нарисовать забыл, но зато нарисовал одно лишнее ребро.

а) [1 балл] Сколько вершин в графе у Артёма?

б) [1 балл] Какие вершины соединяет лишнее ребро?

 и

в) [1 балл] Какие ещё вершины нужно соединить ребром?

 и

г) [1 балл] Существует ли в графе Артёма путь, соединяющий вершины 8 и 9?

«Да»/«Нет»

д) [1 балл] Из скольких рёбер состоит кратчайший путь в графе Артёма, соединяющий вершины 10 и 9?

е) [2 балла] Предложите какой-либо способ расставить в ряд все натуральные числа от 3 до 21, кроме каких-то шести, так, чтобы в каждой паре соседей одно из чисел делилось на другое.

