

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 1

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Решите уравнение $\sqrt{21 - 4x} = -x$

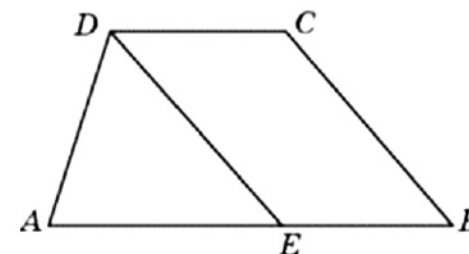
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них.

Ответ: _____

2 При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: _____

3 Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 6, отсекает треугольник, периметр которого равен 18. Найдите периметр трапеции.

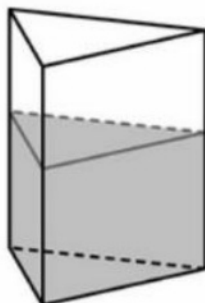


Ответ: _____

4 Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{5}}^2 25$

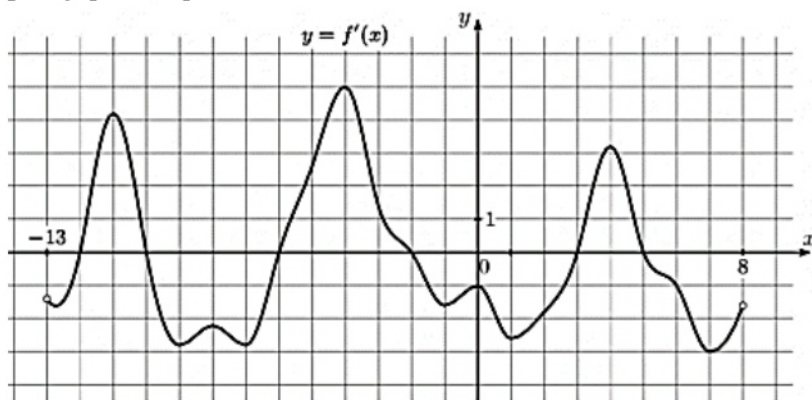
Ответ: _____

5 Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2024 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 22 см до отметки 25 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3 .



Ответ: _____

6 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.



Ответ: _____

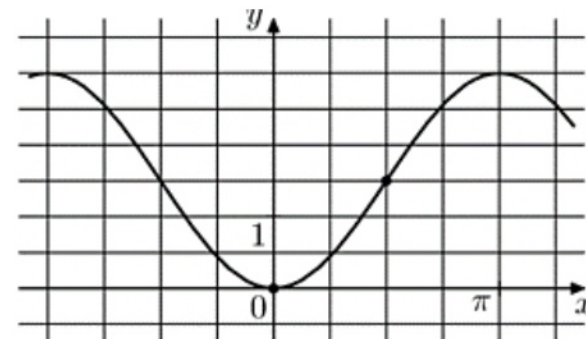
7 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 180 до 210 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____

8 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% никеля, второй — 20% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 15% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



Ответ: _____

- 10 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 99% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 91% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 11% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____

- 11 Найдите точку максимума функции $y = (x + 5)^2 e^{7-x}$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение $\sin x - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 2x = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

- 13 В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр CD , перпендикулярный AB . Построено сечение $ABNM$, проходящее через прямую AB перпендикулярно прямой CD так, что точка S и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр CD , лежат с одной стороны от сечения.

- а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.
 б) Найдите объём пирамиды $SABNM$.

- 14 Решите неравенство

$$\log_2((x-1)(10+3x-x^2)) + \log_2 \frac{7-x}{10+3x-x^2} \leq -2 + \log_2(9x)$$

15 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

16 В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

а) Докажите, что $AM=DM$.

б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

17 Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - y - 2) = |x|(y - 2) \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

18 Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длина ребер которого выражается целыми числами. Этот склад заполняется прямоугольными контейнерами с размерами $1 \times 1 \times 3$ м. Контейнеры на складе можно класть как угодно, но параллельно границам склада.

а) Может ли оказаться, что полностью заполнить склад размером 120 кубометров нельзя?

б) Может ли оказаться, что на склад объемом 100 кубометров не удастся поместить 33 контейнера?

в) Пусть объем склада равен 800 кубометров. Какой процент объема такого склада удастся гарантировано заполнить контейнерами при любой конфигурации склада?

Ответы	
№1	-7
№2	0,006
№3	30
№4	16
№5	276
№6	2
№7	35
№8	75
№9	-1,5
№10	0,2
№11	-3
№12	а) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k; \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in Z$ б) $\frac{13\pi}{6}; \frac{10\pi}{3}$
№13	б) $64 + 32\sqrt{3}$
№14	$(1; \frac{7}{4}]$; $[4; 5)$
№15	3%
№16	б) 65°
№17	$1 - \sqrt{2}$; $[0; 2)$; $(2; 2\sqrt{2})$
№18	а) нет; б) да; в) 99%