

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 290

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

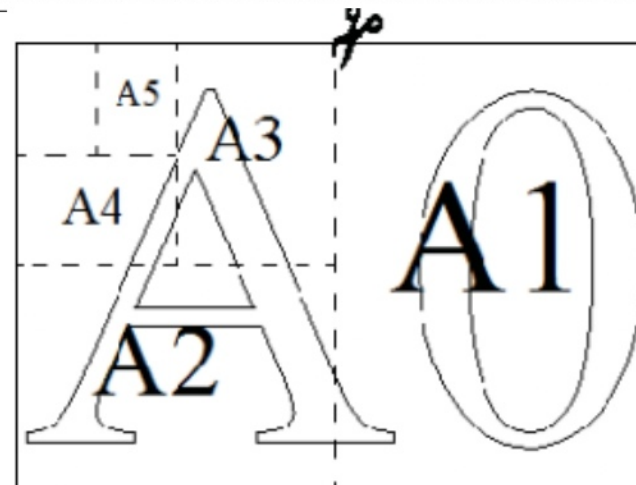
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

1. В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А0, А3, А4 и А5.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	420	297
2	1189	841
3	297	210
4	210	148

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Формат	А0	А3	А4	А5
Номер				

Ответ: _____.

2. Сколько листов формата А5 получится из одного листа формата А2?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в см²) листа формата А5. Результат округлите до десятков.

Ответ: _____.

4. Найдите отношение длины меньшей стороны листа формата А5 к большей. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $\frac{1}{72}$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Текст напечатан шрифтом высотой 12 пунктов на листе формата А5. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А4 таким же образом? Результат округлите до целого.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(4\sqrt{6} + \sqrt{39} + 2\sqrt{26} + 6)(4\sqrt{6} + \sqrt{39} - 2\sqrt{26} - 6)$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $a + b + c = 1$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{(1-2a)(1-2b)(1-2c)(a^2 + b^2 + c^2)}{a^2 b^2 c^2}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 6

2) 9

3) 12

4) 15

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{2\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{a}} - \sqrt{a}\right)^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{a}} - \sqrt{a}\right)^2} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{a}} - \sqrt{a}\right)}$ при $a = \frac{5}{12}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\left(\sqrt{x+3}-4\sqrt{x-1}+\sqrt{x+8}-6\sqrt{x-1}-1\right)\sqrt{x-10}=0.$$

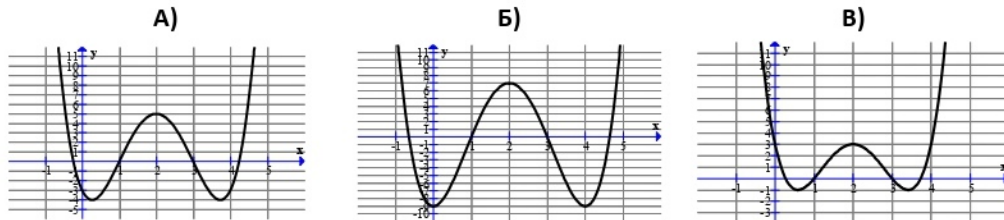
В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. На окружности отмечено десять точек. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся девятизвенных ломаных с вершинами в этих точках?

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1)

$$y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 8x - 3$$

2)

$$y = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 16x + 3$$

3)

$$y = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 9$$

Ответ: _____.

12. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 45 м/с^2 .

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах систему неравенств

$$\begin{cases} |x^2 - 16x + 36| \leq |36 - x^2| \\ \frac{(\sqrt{7-x} - x - 5)(\sqrt{11-4x} - x - 2,5)}{\sqrt{5+3x-2x^2}(|4x-3| - |6x+1|)} \leq 0 \end{cases}$$

ответа.

1) нет решений

2) $[0; 4,5]$ 3) $(-1; 0,2)$ 4) $[0; 0,2) \cup [0,5; 2,5)$

Ответ: _____.

14. Футбольный мяч катится так, что за первую секунду он проходит путь 0,6 м, а в каждую следующую секунду путь увеличивается на 0,6 м по сравнению с предыдущей. Сколько секунд будет катиться мяч по горке длиной 6 метров?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Биссектриса внешнего угла при вершине C треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке D . Найдите AD , если известно, что $BD = 19$.

Ответ: _____.

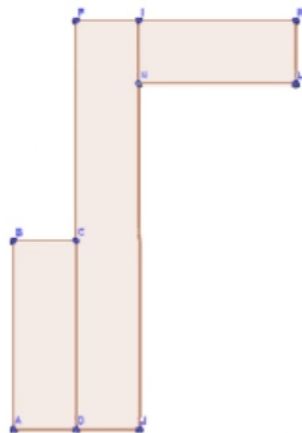
16. В квадрат $ABCD$ со стороной $\sqrt{5}$ вписана окружность, которая касается стороны CD в точке E . Найдите хорду, соединяющую точки, в которых окружность пересекается с прямой AE .

Ответ: _____.

17. Точка M расположена на стороне CD квадрата $ABCD$ с центром O , причём $CM:MD=1:2$. Найдите большую сторону треугольника AOM , если сторона квадрата равна $6\sqrt{13}$.

Ответ: _____.

18. Даны три прямоугольника $ABCD$, $DFIJ$ и $IKLM$ (см. рис.). Известно, что $AB=9$, $AJ=6$, $FK=10$, $KL=6$. Площади прямоугольников $ABCD$ и $DFIJ$ равны соответственно 30 и 72. Найдите площадь прямоугольника $IKLM$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Если угол между медианой AK и биссектрисой AM треугольника ABC равен 7° , то углы ABC и ACB не равны между собой.
- 2) Медианы равных треугольников, проведённые к равным сторонам, равны между собой.
- 3) Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы не равны, то данные прямые не параллельны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} 32y + 32x^3 = 6x + 17 \\ 16z + 32y^3 = 6y + 9 \\ 8x + 32z^3 = 6z + 5 \end{cases}$$

21. Дана арифметическая прогрессия, в которой 100 чисел. Разность прогрессии равна 60. Какое наибольшее количество чисел, кратных 11, может быть в этой прогрессии?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное неравенством $y(y+1) \leq 0$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $3x^2 + 3y^2 - 6a(x+y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки X и Y так, что $AX = BY$ и при этом $\angle XYB = \angle BAC$. Точка B_1 – основание биссектрисы угла B . Найдите угол (в градусах) между прямыми XB_1 и YC .

24. Выпуклый многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.

25. Середины диагоналей AC , BD , CE , DF , EA , FB выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ образуют выпуклый шестиугольник $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$. Найдите отношение площади шестиугольника $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ к площади шестиугольника $ABCDEF$.