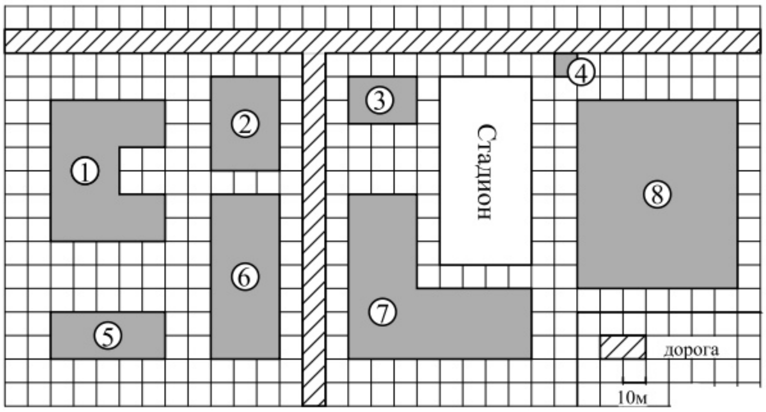
Вариант № 37446030

1. **Задание 1 № 367690**

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Банк	Магазин	Дом, где живёт Таня	Квартал старых домов
Цифры				



На плане (см. рисунок) изображён район города, в котором живёт Петя. Сторона каждой клетки на плане равна 10 м.

Дом, в котором живёт Петя, обозначен цифрой 6. Прямо напротив дома, где живёт Петя, через дорогу находится дом в форме буквы «Г», где живёт его друг Вася. Рядом с домом, где живёт Петя, расположен дом, где живёт одноклассница Таня, а напротив него через дорогу имеется здание банка площадью 600 м^2. А с другой стороны дома, где живёт Таня, расположен детский сад. Недалеко от детского сада и дома, где живёт Петя, находится магазин. Также имеется автобусная остановка, обозначенная цифрой 4, а в десяти метрах от неё — квартал старых одноэтажных домов.

Решение.

Рядом с домом, где живёт Петя, расположен дом, где живёт одноклассница Таня, а напротив него через дорогу имеется здание банка площадью 600 м^2. Значит, Банк отмечен цифрой 3, а дом, где живёт Таня, отмечен цифрой 2. Недалеко от детского сада и дома, где живёт Петя, находится магазин, следовательно, магазин отмечен цифрой 5. Также имеется автобусная остановка, обозначенная цифрой 4, а в десяти метрах от неё— квартал старых одноэтажных домов, значит, квартал старых домой обозначен цифрой 8.

Ответ: 3528.
Ответ: 3528

2. Задание 2 № 367691

Территорию стадиона необходимо засеять газонной травой. В одной упаковке газонной травы содержится 12 кг семян, при этом для засеивания 3 $м^2$ земли необходимо 100 г семян. Какое минимальное количество упаковок газонной травы необходимо приобрести?

Решение.

Найдём площадь стадиона:

$$10 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 8 = 3200 \text{ м}^2.$$

Значит, для того, чтобы засеять стадион, понадобится

$$\frac{3200}{3} \cdot 100 \text{ г} = \frac{3200 \cdot 100}{3 \cdot 1000} = 106,7 \text{ кг семян.}$$

Таким образом, чтобы засеять стадион газонной травой, требуется купить 9 упаковок газонной травы.

Ответ: 9.

Ответ: 9

3. Задание 3 № 367692

Найдите суммарную площадь, которую занимают дома, где проживают Таня, Петя и Вася. Ответ дайте в $м^2$.

Решение.

Площадь дома, в котором живёт Петя, равна

$$3 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10 = 2100 \text{ м}^2.$$

Площадь дома, в котором живёт Таня, равна

$$3 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10 = 1200 \text{ м}^2.$$

Площадь дома, в котором живёт Вася, равна

$$3 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10 + 3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 = 3600 \text{ м}^2.$$

Таким образом, суммарная площадь домов, где проживают Таня, Петя и Вася равна

$$2100 + 1200 + 3600 = 6900 \text{ м}^2.$$

Ответ: 6900.

Ответ: 6900

4. Задание 4 № 367693

Найдите расстояние от дома, где живёт Петя, до автобусной остановки (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.

Найдём расстояние между двумя ближайшими точками по прямой дома Пети и автобусной остановки по теореме Пифагора:

$$\sqrt{(12 \cdot 10)^2 + (5 \cdot 10)^2} = \sqrt{14400 + 2500} = \sqrt{16900} = 130 \text{ м.}$$

Ответ: 130.

Ответ: 130

5. Задание 5 № 367694

Компания выбирает место для строительства торгово-развлекательного комплекса: на месте квартала старых одноэтажных домов в центре города или на окраине города. Стоимость прокладки 1 метра коммуникаций равна 6000 рублей. В аренду планируется сдавать 4000 м^2 площади комплекса. Стоимость земли, цена строительства комплекса с учётом сноса старых зданий и предполагаемая стоимость сдачи даны в таблице.

Место	Цена земли (млн руб.)	Цена строительства (млн руб.)	Длина коммуникаций (м)	Стоимость аренды за 1 м^2 (руб./месяц)
Центр	64,4	176	200	1200
Окраина	11,2	168	3500	900

Обдумав оба варианта, компания выбрала местом для строительства центр города. Через сколько месяцев после начала сдачи в аренду торговых площадей построенного комплекса более высокая стоимость аренды компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладывания коммуникаций? Ответ округлите до целых.

Решение.

Стоимость постройки ТРК в центре города равна

$$64\,400\,000+176\,000\,000+200\cdot 6000=241\,600\,000 \text{ рублей.}$$

Стоимость постройки ТРК на окраине города равна

$$11\,200\,000+168\,000\,000+3500\cdot 6000=200\,200\,000 \text{ рублей.}$$

Разница в стоимости составляет

$$241\,600\,000-200\,200\,000=41\,400\,000 \text{ рублей.}$$

Разница в стоимости аренды составляет

$$(1200-900)\cdot 4000=1\,200\,000 \text{ рублей.}$$

Значит, более высокая стоимость аренды компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладывания коммуникаций через 34,5 месяцев. Округляя, получаем ответ— 35 месяцев.

Ответ: 35.

Ответ: 35

6. Задание 6 № 314262

Вычислите:□$\frac{3}{4}-\frac{4}{5}$.

Решение.

Приведём дроби к общему знаменателю:

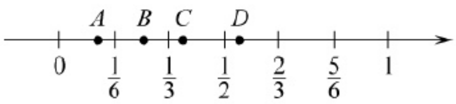
$$\frac{3}{4}-\frac{4}{5}=\frac{3\cdot 5-4\cdot 4}{4\cdot 5}=-\frac{1}{20}=-0,05.$$

Ответ: −0,05.

Ответ: -0,05

7. Задание 7 № 311380

Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{3}{8}$. Какая это точка?



В ответе укажите номер правильного варианта.

1) A
2) B
3) C
4) D

Решение.

Приведём все дроби к одному знаменателю. Получим:

$$0 < A < \frac{4}{24} < B < \frac{8}{24} < C < \frac{12}{24} < D < \frac{16}{24}.$$

Поскольку $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$, точка C соответствует числу $\frac{3}{8}$.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

8. Задание 8 № 412184

Найдите значение выражения $a^8 \cdot a^{17} : a^{20}$ при $a = 2$.

Решение.

Используя формулы $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ и $a^m : a^n = a^{m-n}$, получаем:

$$a^8 \cdot a^{17} : a^{20} = a^{8+17-20} = a^5.$$

Значение выражения при $a = 2$ равно 32.

Ответ: 32.

Ответ: 32

9. Задание 9 № 137382

Решите уравнение $x^2 + 3x = 4$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Запишем уравнение в виде $x^2 + 3x - 4 = 0$. По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна −3, а их произведение −4.

Тем самым это числа −4 и 1.

Ответ: −41.

Ответ: -41

10. **Задание** 10 № 325436

Из 1600 пакетов молока в среднем 80 протекают. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока **не течёт**?

Решение.

Вероятность того, что пакет молока протекает, равна $\frac{80}{1600}=\frac{1}{20}=0,05.$ Поэтому вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течёт, равна $1-0,05=0,95.$

Ответ: 0,95.

Ответ: 0,95

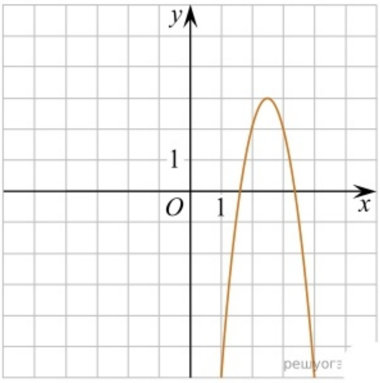
11. **Задание** 11 № 339073

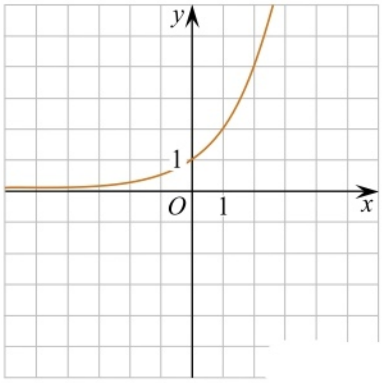
Установите соответствие между функциями и их графиками.

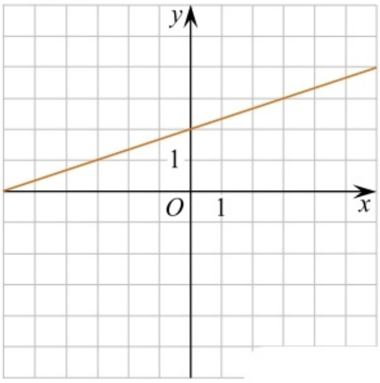
Функции

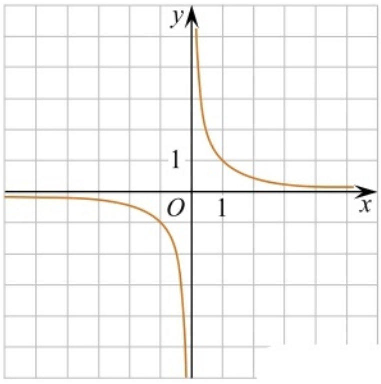
А) $y = \frac{1}{3}x + 2$ Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$ В) $y = \frac{1}{x}$

Графики

1)


2)


3)


4)


Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В
☐	☐	☐

Решение.

Определим вид графика для каждой из функций.

А) $y = \frac{1}{3}x + 2$ — линейная функция.

Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$ — парабола.

В) $y = \frac{1}{x}$ — гипербола.

Таким образом, искомое соответствие: А — 3, Б — 1, В — 4.

Ответ: 314.

Ответ: 314

12. Задание 12 **№** 311920

Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 45 м/с^2.

Решение.

Выразим радиус окружности: $R=\dfrac{a}{\omega^2}$. Подставим значения переменных a и ω:

$$R=\frac{45}{3^2}=\frac{45}{9}=5.$$

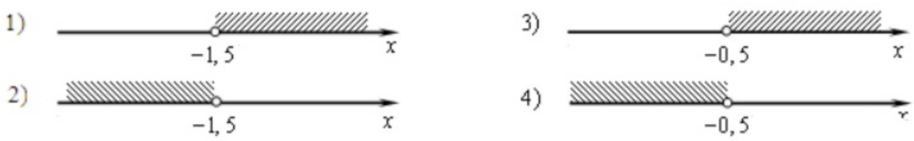
Ответ: 5.

Ответ: 5

13. Задание 13 **№** 314580

Решите неравенство $x-1<3x+2$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим неравенство:

$$x-1<3x+2 \Leftrightarrow -2x<3 \Leftrightarrow x>-1,5.$$

Решение неравенства изображено на рис. 1.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

14. Задание 14 **№** 394312

В соревновании по стрельбе за каждый промах в серии из 25 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах— одно штрафное очко, за каждый последующий— на 0,5 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 7 штрафных очков?

Решение.

Количество начисляемых штрафных очков представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом a_1=1 и разностью d=0,5. Сумма n первых членов этой прогрессии $\dfrac{2\cdot a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$ равна 7:

$$\frac{2\cdot 1+(n-1)\cdot 0,5}{2}\cdot n=7 \Leftrightarrow n\cdot(2+0,5(n-1))=14 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0,5n^2+1,5n-14=0 \Leftrightarrow n^2+3n-28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4, \\ n=-7. \end{array}\right.$$

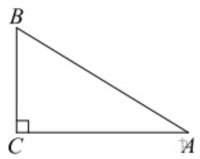
Поскольку n является положительным числом, стрелок совершил 4 промаха, а значит, 21 попадание.

Ответ: 21.

Ответ: 21

15. Задание 15 № 340384

В треугольнике ABC AC=35, $BC=5\sqrt{15}$, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Решение.

По теорем Пифагора найдём сторону AB :

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{35^2+(5\sqrt{15})^2}=\sqrt{5^2(7^2+15)}=40.$$

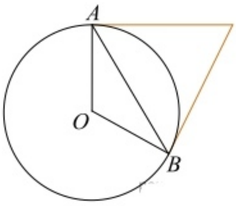
Радиус окружности, описанной вокруг прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы.

Ответ: 20.

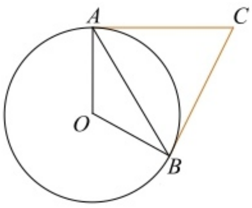
Ответ: 20

16. Задание 16 № 340337

Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 72°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.



Решение.



Введём обозначения, как показано на рисунке. Касательные, проведённые к окружности из одной точки, равны, поэтому $AC=BC$, следовательно, треугольник ABC — равнобедренный. Откуда $\angle CAB=\angle CBA=\dfrac{180^\circ-\angle ACB}{2}=54^\circ$. Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую он заключает, значит, дуга AB равна 108°. Угол AOB— центральный, поэтому он равен дуге, на которую опирается, следовательно, равен 108°. Рассмотрим треугольник AOB, он равнобедренный, следовательно, $\angle OAB=\angle ABO=\dfrac{180^\circ-108^\circ}{2}=36^\circ$.

Ответ: 36.

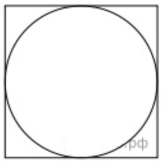
Приведем решение Юрия Петровича Кравченко.

Введём обозначения, как показано на рисунке. Касательные, проведённые к окружности из одной точки, равны, поэтому $AC=BC$, следовательно, треугольник ABC — равнобедренный. Откуда $\angle CAB=\angle CBA=\dfrac{180^\circ-\angle ACB}{2}=54^\circ$. Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания, следовательно, $\angle CBO=90^\circ$. Тогда $\angle ABO=\angle CBO-\angle CBA=90^\circ-54^\circ=36^\circ$.

Ответ: 36

17. Задание 17 № 324364

Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.



Решение.

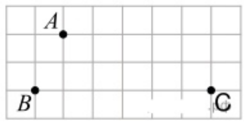
Пусть R и D соответственно радиус и диаметр окружности, a — сторона квадрата. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. Найдём площадь квадрата:

$$S = D^2 = (2R)^2 = (2 \cdot 83)^2 = 27\ 556.$$

Ответ: 27 556.
Ответ: 27556

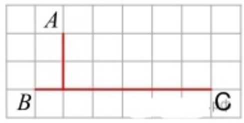
18. Задание 18 № 311762

На клетчатой бумаге с размером клетки 1см х 1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC. Ответ выразите в сантиметрах.



Решение.

Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из этой точки на прямую. По рисунку определяем это расстояние, оно равно двум клеткам, или 2 см.



Ответ: 2.
Ответ: 2

19. Задание 19 № 341499

Какие из следующих утверждений верны?

1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
2) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
3) Все диаметры окружности равны между собой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов» — *верно*, сумма всех углов в треугольнике равна 180°, значит, меньший угол в треугольнике $\leq 60°$. Следовательно, в любом треугольнике есть угол, не превышающий 60 градусов, а значит, один из углов любого треугольника не превышает 60 градусов.

2) «Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам» — *неверно.*

3) «Все диаметры окружности равны между собой» — *верно.*

Ответ: 13.
Ответ: 13

20. Задание 20 № 311243

Сократите дробь $\frac{5x^2-3x-2}{5x^2+2x}$.

Решение.

Корни квадратного трехчлена

$$5x^2-3x-2:\ x_1=1,\ x_2=-\frac{2}{5}.$$

Имеем:

$$\frac{5x^2-3x-2}{5x^2+2x}=\frac{(x-1)(5x+2)}{x(5x+2)}=\frac{x-1}{x}.$$

Замечание. Учащийся может разложить трехчлен на множители каким-либо иным способом. Например:

$$5x^2-3x-2=(3x^2-3x)+(2x^2-2)=3x(x-1)+2(x^2-1)=(x-1)(5x+2).$$

Ответ: $\frac{x-1}{x}$.

21. Задание 21 № 316357

Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение.

Пусть масса первого сплава x кг. Тогда масса второго сплава ($x + 4$) кг, а третьего — ($2x + 4$) кг. В первом сплаве содержится 0,05x кг меди, а во втором — 0,13(x + 4) кг. Поскольку в третьем сплаве содержится 0,1($2x + 4$) кг меди, составим и решим уравнение:

$$0,05x+0,13(x+4)=0,1(2x+4)\Leftrightarrow 0,02x=0,12\Leftrightarrow x=6.$$

Значит, масса первого сплава равна 6кг, тогда масса второго сплава равна 10кг и масса третьего сплава равна 16 кг.

Ответ: 16 кг.

22. Задание 22 № 311662

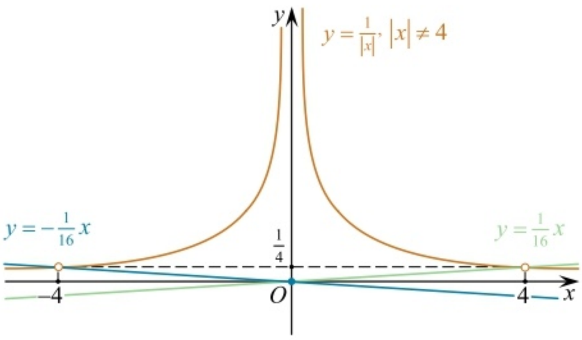
Постройте график функции $y = \dfrac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $\dfrac{|x|-4}{x^2-4|x|} = \dfrac{|x|-4}{|x|(|x|-4)} = \dfrac{1}{|x|}$ при $|x| \neq 4$.

Значит, $y = \begin{cases} \dfrac{1}{|x|}, \text{ если } x \neq \pm 4, \\ \text{не определена при } x = -4 \text{ или } x = 4. \end{cases}$

Построим ветвь гиперболы $y = \dfrac{1}{x}$ при $x > 0$ и удалим точку $\left(4;\ \dfrac{1}{4}\right)$. Затем построим вторую часть графика симметрично первой относительно оси ординат.



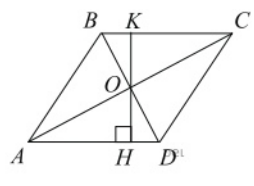
На рисунке видно, что прямая $y = kx$ не имеет с построенным графиком общих точек, если она горизонтальна, либо проходит через одну из удаленных точек $\left(4;\ \dfrac{1}{4}\right)$ или $\left(-4;\ \dfrac{1}{4}\right)$. Этим случаям соответствуют значения $k = 0,\ k = -\dfrac{1}{16}$ и $k = \dfrac{1}{16}$.

Ответ: $0,\ -\dfrac{1}{16},\ \dfrac{1}{16}$.

23. Задание 23 № 324778

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

Решение.



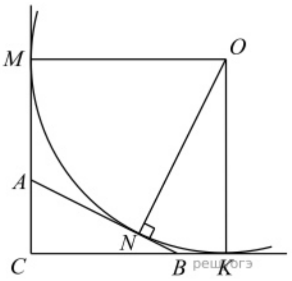
Введём обозначения, как показано на рисунке. Пусть диагональ AC равна 76. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и делятся точкой пересечения пополам. Рассмотрим треугольник AOH, он прямоугольный, найдём синус угла OAH: $\sin\angle OAH = \dfrac{OH}{AO} = \dfrac{19}{38} = \dfrac{1}{2}$, следовательно, угол OAH равен $30°$. Рассмотрим треугольники AOB и AOD, они прямоугольные, AO — общая, $AB = AD$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $\angle BAO = \angle OAD = 30°$, поэтому $\angle BAD = 2 \cdot 30° = 60°$. Сумма углов ромба, прилежащих к одной стороне, равна 180°, откуда $\angle ABC = 180° - \angle BAD = 180° - 60° = 120°$.

Ответ: 60°, 60°, 120°, 120°.

24. Задание 24 № 311969

Окружность касается стороны AB треугольника ABC, у которого $\angle C = 90°$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

Решение.



Пусть O — центр окружности, d — её диаметр, а M, N и K — точки касания окружности с прямыми AC, AB и BC соответственно. Радиус OM перпендикулярен AC, а OK перпендикулярен BC. Следовательно, в четырёхугольнике $OMCK$ имеем $\angle C = \angle M = \angle K = 90°$, а значит, $OMCK$ — прямоугольник. Поскольку $OM = OK$, прямоугольник $OMCK$ — квадрат. Следовательно, $MC = MO = \frac{d}{2}$.

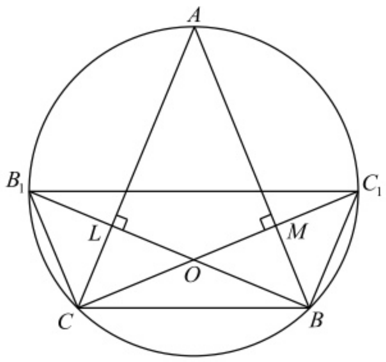
Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны: $AM = AN$, $BN = BK$ и $CM = CK$. Периметр треугольника ABC равен

$$P = AB + BC + AC = AC + AN + BN + BC =$$
$$= AC + AM + BK + BC = MC + CK = 2MC = d.$$

25. Задание 25 № 339886

Высоты остроугольного треугольника ABC, проведённые из точек B и C, продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1. Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC.

Решение.



Введём обозначения, как показано на рисунке. Отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности, следовательно, B_1C_1 — диаметр. Углы BB_1C, CAB и CC_1B — вписанные и опираются на одну и ту же дугу, значит, они равны. Из прямоугольного треугольника B_1OC: $\angle B_1OC = 90° - \angle BB_1C$. Из прямоугольного треугольника LCO: $\angle LCO = 90° - \angle B_1OC = \angle BB_1C = BAC$. Рассмотрим прямоугольный треугольник CAM, углы BAC и ACC_1 равны, значит, $\angle BAC = \angle ACC_1 = 90°/2 = 45°$.

Ответ: 45°.