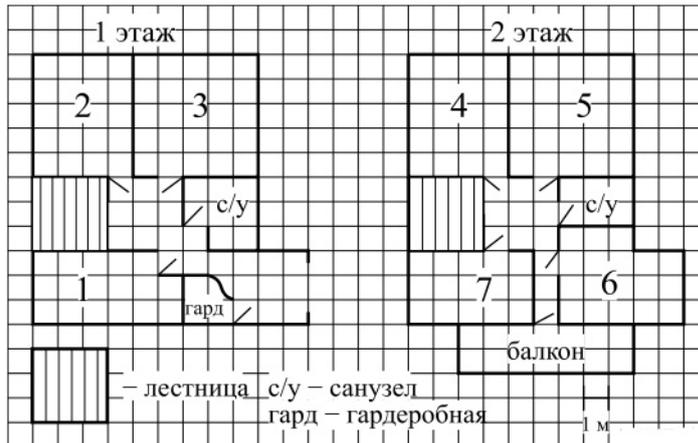


Вариант № 37446029

1. Задание 1 № 367500

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Объекты	Гостиная	Комната Кости	Кабинет	Кухня
Цифры				



Сергей Васильевич — крупный учёный. На рисунке изображён план двухэтажного дома (сторона клетки соответствует 1 м), в котором он проживает с женой Валентиной Петровной и двумя детьми: Костей и Викой. На первом этаже гостиная — самая большая по площади комната. Кухня имеет вытянутую форму, её длина в два раза больше ширины, она тоже находится на первом этаже. Рядом с гостиной расположена столовая. Комната Кости расположена на втором этаже над кухней, его комната — соседняя с комнатой сестры Вики. Комната родителей расположена над столовой, рядом с ней просторный кабинет Сергея Васильевича.

Решение.

На первом этаже гостиная — самая большая по площади комната, следовательно, гостиная отмечена цифрой 3. Кухня имеет вытянутую форму, её длина в два раза больше ширины, она тоже находится на первом этаже, значит, кухня отмечена цифрой 1. Комната Кости расположена на втором этаже над кухней, поэтому комната Кости отмечена цифрой 7. Комната родителей расположена над столовой, рядом с ней просторный кабинет Сергея Васильевича, следовательно, кабинет отмечен цифрой 5.

Ответ: 3751.

Ответ: 3751

2. Задание 2 № 367494

В каждом из пронумерованных помещений, кроме Костиной комнаты, два окна, а в Костиной комнате— всего одно. Других окон нет. Площадь стекла для каждого окна составляет 3 м^2 . Стоимость окон при установке складывалась из стоимости стекла (3000 рублей за м^2 окна) и стоимости монтажа и фурнитуры (7000 рублей за каждое окно). Определите общую стоимость всех окон и их установки. Ответ дайте в рублях.

Решение.

Всего пронумерованных комнат, кроме Костиной— шесть. Значит, всего в доме $6 \cdot 2 + 1 = 13$ окон. Стоимость стекла для всех окон равна

$$13 \cdot 3 \cdot 3000 = 117\,000 \text{ рублей.}$$

Стоимость монтажа и фурнитуры всех окон равна

$$13 \cdot 7000 = 91\,000 \text{ рублей.}$$

Таким образом, общая стоимость всех окон и их установки равна

$$117\,000 + 91\,000 = 208\,000.$$

Ответ: 208000.

Ответ: 208000

3. Задание 3 № 367501

Найдите площадь (в м^2) комнаты Вики.

Решение.

Сторона одной клетки равна 1 м. Значит, площадь комнаты Вики равна:

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 18 \text{ м}^2.$$

Ответ: 18.

Ответ: 18

4. Задание 4 № 367502

На втором этаже расположен открытый балкон. На его бортике закреплены деревянные поручни. Определите их общую протяжённость в метрах.

Решение.

Сторона одной клетки равна 1 м. Значит, протяжённость деревянных поручней равна

$$2 \cdot 2 + 7 = 11 \text{ м.}$$

Ответ: 11.

Ответ: 11

5. Задание 5 № 367503

После постройки дома денег на внутреннюю отделку осталось меньше, чем планировалось первоначально, поэтому пришлось экономить. В гостиной и столовой предполагалось класть паркетную доску, но обошлись ламинатом, а на сэкономленные деньги приобрели туристические путёвки в Крым. Ламинат и паркетная доска продаются только в упаковках. Каждая упаковка содержит одинаковое количество м^2 материала. Сколько рублей в результате удалось сэкономить на путёвки?

Тип покрытия	Стоимость 1 м^2 материала (руб.)	Стоимость укладки 1 м^2 материала (руб.)	Количество материала в упаковке (м^2)
Паркетная доска	3200	1100	10
Ламинат	520	180	7

Решение.

Найдём площадь гостиной и столовой:

$$4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 45 \text{ м}^2.$$

Для того, чтобы покрыть пол в гостиной и столовой паркетной доской, требуется купить 5 упаковок материала. Стоимость 5 упаковок паркетной доски равна

$$3200 \cdot 10 \cdot 5 = 160\,000 \text{ рублей.}$$

Стоимость укладки паркетной доски равна

$$1100 \cdot 45 = 49\,500 \text{ рублей.}$$

Всего на укладку пола в гостиной и столовой паркетной доской требуется

$$160\,000 + 49\,500 = 209\,500 \text{ рублей.}$$

Для того, чтобы покрыть пол в гостиной и столовой ламинатом, требуется купить 7 упаковок материала. Стоимость 7 упаковок ламината равна

$$520 \cdot 7 \cdot 7 = 25\,480 \text{ рублей.}$$

Стоимость укладки ламината равна

$$180 \cdot 45 = 8\,100 \text{ рублей.}$$

Всего на укладку пола в гостиной и столовой ламинатом требуется

$$25\,480 + 8\,100 = 33\,580 \text{ рублей.}$$

Таким образом, удалось сэкономить

$$209\,500 - 33\,580 = 175\,920 \text{ рублей.}$$

Ответ: 175920.

Ответ: 175920

6. Задание 6 № 287945

Найдите значение выражения $\frac{2,1 \cdot 3,5}{4,9}$.

Решение.

Умножим числитель и знаменатель на 100:

$$\frac{2,1 \cdot 3,5}{4,9} = \frac{21 \cdot 35}{490} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

Ответ: 1,5

7. Задание 7 № 137293

Сравните числа x и y , если $x = (2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$, $y = 0,007$. В ответ запишите значение меньшего из чисел.

Решение.

Приведем оба числа к десятичному виду и сравним. Воспользуемся формулой $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

$$x = (2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-1}) = 2,2 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} = 6,6 \cdot 10^{-3} = 0,0066.$$

Так как y уже приведено к десятичному виду и равно $0,007$ заключаем, что $0,007 > 0,0066$, и, следовательно, $y > x$.

Ответ: 0,0066.

Ответ: 0,0066

8. Задание 8 № 401984

Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2$.

Решение.

Применим формулы квадрата суммы и квадрата разности:

$$(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 14.$$

Ответ: 14.

Ответ: 14

9. Задание 9 № 85

Решите уравнение $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x \Leftrightarrow 2 - 6x - 6 = 5 - 4x \Leftrightarrow x = -4,5.$$

Ответ: -4,5.

Ответ: -4,5

10. Задание 10 № 132748

В среднем из каждых 80 поступивших в продажу аккумуляторов 76 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

Решение.

Из каждых 80 аккумуляторов в среднем будет $80 - 76 = 4$ незаряженных. Таким образом, вероятность купить незаряженный аккумулятор равна доле числа незаряженных аккумуляторов

из каждых 80 купленных, то есть $\frac{4}{80} = \frac{1}{20}$.

Ответ: 0,05.

Ответ: 0,05

11. Задание 11 № 339114

Установите соответствие между функциями и их графиками.

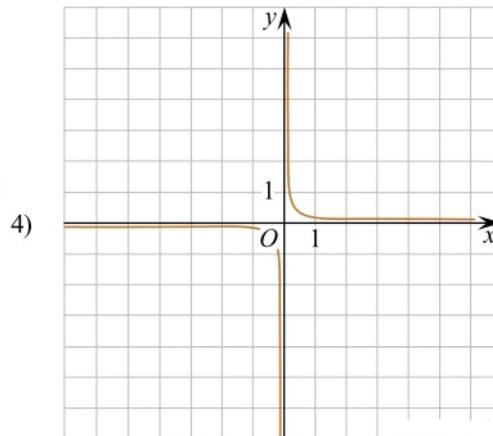
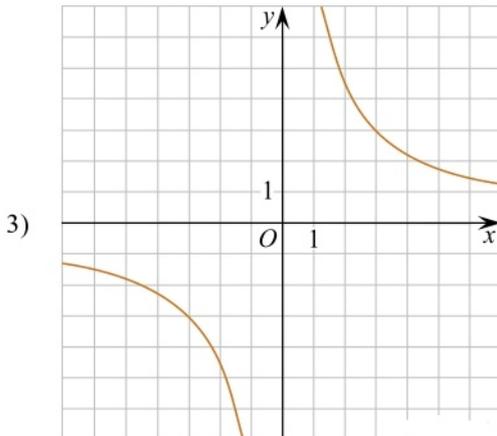
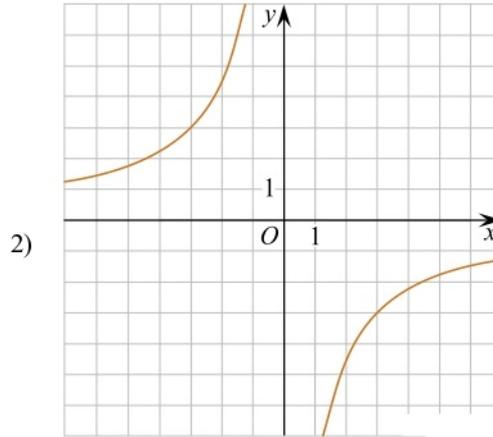
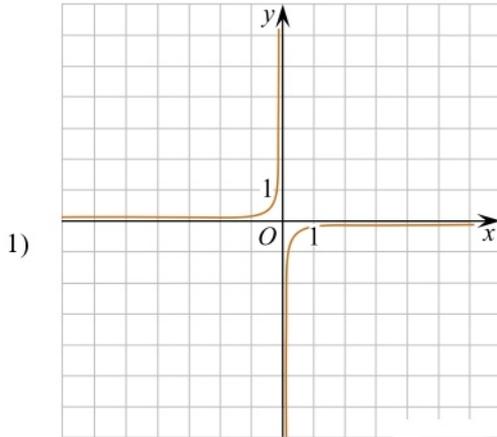
Функции

А) $y = \frac{1}{9x}$

Б) $y = \frac{9}{x}$

В) $y = -\frac{9}{x}$

Графики



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Решение.

Все представленные здесь функции — гиперболы. Общая формула для уравнения гиперболы: $y = \frac{a}{x}$, если $a > 0$, то ветви гиперболы располагаются в первой и третьей четвертях, в противном случае — во второй и четвёртой четвертях.

Для того, чтобы отличить гиперболы лежащие в одинаковых четвертях нужно подставить какое-нибудь значение x в формулу и проверить, какому графику будет соответствовать полученное значение.

Таким образом, установим соответствие: А — 4, Б — 3, В — 2.

Ответ: 432.

Ответ: 432

12. Задание 12 № 311543

Площадь любого выпуклого четырехугольника можно вычислять по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \alpha$, где d_1, d_2 — длины его диагоналей, а α угол между ними. Вычислите $\sin \alpha$, если $S = 21$, $d_1 = 7$, $d_2 = 15$.

Решение.

Выразим $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = \frac{2S}{d_1d_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$\sin \alpha = \frac{42}{105} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

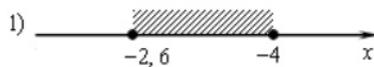
Ответ: 0,4

13. Задание 13 № 311672

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?
 В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим систему:

$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x \leq -13, \\ x \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2,6, \\ x \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -2,6.$$

Решением системы является отрезок, изображённый под номером 2.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

14. Задание 14 № 394308

В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?

Решение.

Число мест в ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 24$ и разностью $d = 2$. Член арифметической прогрессии с номером k может быть найден по формуле

$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d.$$

Необходимо найти a_8 , имеем:

$$a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d = 24 + 7 \cdot 2 = 38.$$

Ответ: 38.

Ответ: 38

15. Задание 15 № 324838

Около трапеции, один из углов которой равен 49° , описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.

Запишите величины углов в ответ без пробелов в порядке неубывания.

Решение.

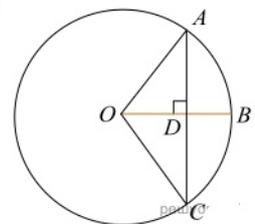
Пусть углы трапеции равны α , β , γ , δ и угол $\alpha = 49^\circ$. Около выпуклого четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма противоположных углов равна 180° : $\alpha + \gamma = 180^\circ$, откуда $\gamma = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ$. Сумма смежных углов в трапеции равна 180° , следовательно, $\beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ$, $\delta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 131^\circ = 49^\circ$. Тем самым, три неизвестных угла равны 49° , 131° и 131° .

Ответ: 49131131.

Ответ: 49131131

16. Задание 16 № 311410

Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду AC в точке D и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды AC , если $BD = 1$ см, а радиус окружности равен 5 см.



Решение.

Найдем отрезок DO : $DO = OB - BD = 5 - 1 = 4$. Так как OB перпендикулярен AC , треугольник AOD — прямоугольный. По теореме Пифагора имеем: $AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$. Треугольник AOC — равнобедренный так как $AO = OC = r$ тогда $AD = DC$. Таким образом, $AC = AD \cdot 2 = 6$.

Ответ: 6.

Ответ: 6

17. Задание 17 № 169887

Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3, а угол сектора равен 120° . В ответе укажите площадь, *деленную на π* .

Решение.

Площадь сектора равна:

$$\frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot 9}{360} \cdot 120 = 3\pi.$$

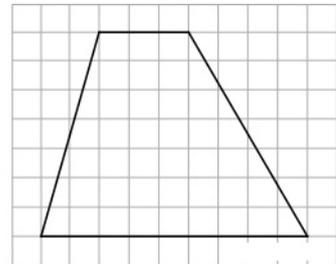
Ответ: 3.

В открытом банке ответ с числом π .

Ответ: 3

18. Задание 18 № 348638

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Решение.

Длина средней линии трапеции равна полусумме оснований: $\frac{9+3}{2} = 6$.

Ответ: 6.

Ответ: 6

19. Задание 19 № 341710

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Смежные углы равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

1) «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой» — *верно*, это аксиома планиметрии.

2) «Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны» — *неверно*: например, могут быть квадрат и ромб с равной длиной стороны.

3) «Смежные углы равны» — *неверно*, смежные углы α и β связаны соотношением: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Ответ: 1.

Ответ: 1

20. Задание 20 № 338701

Решите неравенство $(4x - 6)^2 \geq (6x - 4)^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$(4x - 6)^2 \geq (6x - 4)^2 \Leftrightarrow (4x - 6)^2 - (6x - 4)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (4x - 6 - (6x - 4))(4x - 6 + (6x - 4)) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-2x - 2)(10x - 10) \geq 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 10(x + 1)(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 1) \leq 0.$$

Произведение двух множителей меньше нуля тогда и только тогда, когда знаки множителей различны, следовательно:

$$(x + 1)(x - 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Ответ: $[-1; 1]$.

21. Задание 21 № 314508

На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева — в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Решение.

Заметим, что победителем на выборах окажется Зайцев. Пусть количество голосов, отданных за Зайцева равно x . Тогда за Журавлёва и Иванова вместе отдали $\frac{x}{3}$. Процент голосов, отданных за Зайцева $x : \left(x + \frac{x}{3}\right) \cdot 100 = 75\%$.

Ответ: 75%.

22. Задание 22 № 311923

Постройте график функции $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y = a$.

Решение.

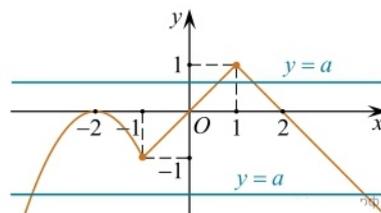
Преобразуем выражения:

$$y = -x^2 - 4x - 4 = -(x^2 + 4x + 4) = -(x + 2)^2$$

$$y = 1 - |x - 1| = \begin{cases} 2 - x, & x \geq 1, \\ x, & x < 1. \end{cases}$$

Следовательно, график функции $y = -x^2 - 4x - 4$ получается из графика функции $y = -x^2$ сдвигом на вектор $(-2; 0)$ и отражением относительно оси Ox . Построим его на промежутке $(-\infty; 1)$.

Построим график функции $y = x$ на промежутке $[-1; 1]$ и график функции $y = 2 - x$ на промежутке $(1; +\infty)$.



Прямая $y = a$ имеет с построенным графиком ровно две общие точки при $a \leq -1$ и при $0 \leq a \leq 1$.

Ответ: $a < -1, 0 < a < 1$.

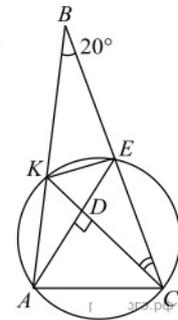
23. Задание 23 № 311240

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle KCB$, если $\angle ABC = 20^\circ$.

Решение.

Углы AKC и AEC равны, т. к. опираются на одну дугу окружности; следовательно, $\angle BKC = \angle BEA$, как смежные с ними. Из четырёхугольника $BKDE$: $\angle BKC = \frac{1}{2}(360^\circ - 90^\circ - 20^\circ) = 125^\circ$. Из $\triangle BKC$: $\angle KCB = 180^\circ - 125^\circ - 20^\circ = 35^\circ$.

Ответ: 35° .



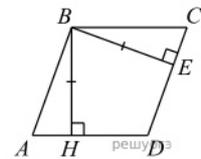
24. Задание 24 № 311925

В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

Тогда, с одной стороны, $S = AD \cdot BH$, а с другой стороны, $S = CD \cdot BE$. Поскольку $BH = BE$, получаем, что $AD = CD$. Следовательно, все стороны параллелограмма равны, а значит, $ABCD$ — ромб.



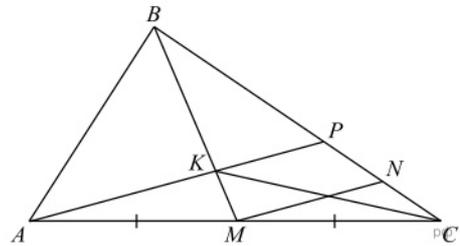
25. Задание 25 № 340325

В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK:KM=4:1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.

Решение.

Пусть площадь треугольника ABC равна S . Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, значит, $S_{ABM} = S_{BMC} = \frac{S}{2}$. У треугольников ABK и ABM высота, проведенная к стороне BM , общая, поэтому площади этих треугольников относятся как их основания BK и BM , откуда:

$$S_{ABK} = \frac{BK}{BM} S_{ABM} = \frac{4}{5} S_{ABM} = \frac{2}{5} S.$$



Проведём прямую MN , параллельную AP . Точка M — середина AC , следовательно, MN — средняя линия треугольника APC , значит, $PN = CN$. По теореме Фалеса для угла MBC находим: $\frac{BP}{PN} = \frac{BK}{KM} = \frac{4}{1}$, а так как $PN = NC$ получаем, что $\frac{BP}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Стороны треугольников BKP и BMC сонаправлены, их площади относятся как произведение отношений сонаправленных сторон, поэтому

$$\frac{S_{BKP}}{S_{BMC}} = \frac{BK}{BM} \cdot \frac{BP}{BC} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15},$$

то есть $S_{BKP} = \frac{8}{15} S_{BMC}$, откуда $S_{KPCM} = \frac{7}{15} S_{BMC} = \frac{7}{30} S$.

Тем самым, для искомого отношения площадей имеем:

$$\frac{S_{ABK}}{S_{KPCM}} = \frac{\frac{2}{5} S}{\frac{7}{30} S} = \frac{2}{5} \cdot \frac{30}{7} = \frac{12}{7}.$$

Ответ: $\frac{S_{ABK}}{S_{KPCM}} = \frac{12}{7}$.